

Umbætur á kosningakerfinu:

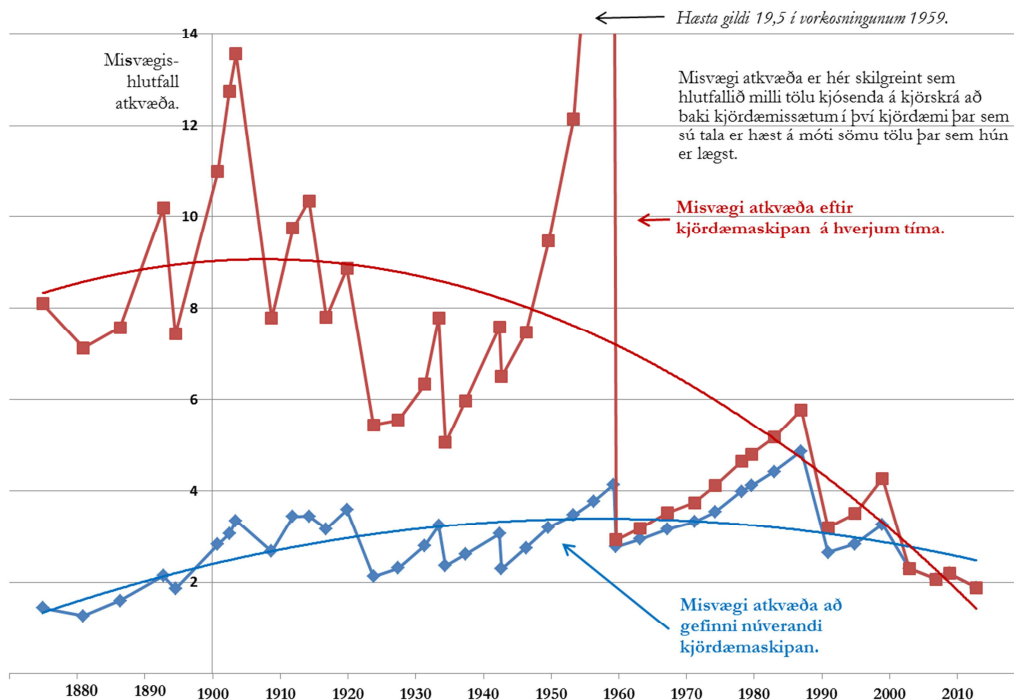
I. Jöfnun atkvæðavægis

Porkell Helgason, fyrrv. prófessor í stærðfræði

Pistill þessi er sá fyrsti fjögurra pistla sem koma í kjölfar yfirlitsgreinar um umbætur á kosningakerfinu (Porkell Helgason 2015a). Athygli skal vakin á því að töflur, myndir og athugasemdir aftanmáls eru tölusett í áframhaldandi röð frá einum pistlinum til annars.

Alkunna er að kjósendur hafa mismikið atkvæðavægi eftir því í hvaða kjördæmi þeir búa. Eins og vikið er að í inngangi hefur svo verið alla tíð, a.m.k. frá því að fyrst var kosið til löggjafarþings 1874. Ekki er þó einhlítt hvernig slíkt misvægi skal mælt. Á að mæla það sem tölu kjósenda að baki hverju kjördæmissæti eða að baki hverju þingsæti sama kjördæmis hvort sem sætin teljast kjördæmis- eða jöfnunarsæti? Hængurinn við seinni mælikvarðann er sá að þá er sögulegur samanburður örðugur. Auk hinna kjördæmiskjörnu voru framan af líka konungskjörnir þingmenn sem síðan urðu að landskjörnum, en hvorir tveggja voru óháðir kjördæmum. Frá og með kosningunum 1934 hafa að vísu allir þingmenn verið tengdir kjördæmum, en með óbundnum hætti allt til og með kosningunum 1983. Fyrst frá kosningunum 1987 má segja að þingmenn séu allir fastbundnir kjördæmum. Sögulegt yfirlit er því vart mögulegt með öðrum hætti en þeim að bera aðeins saman kjördæmissætin. Þetta er sýnt á 1. mynd.

1. mynd. Misvægi atkvæða eftir búsetu kjósenda.¹⁰



Á myndinni er misvægi atkvæða mælt sem hlutfallið milli tölu kjósenda að baki hverju kjördæmissæti í því kjördæmi þar sem sú tala er hæst á móti tölunni þar sem hún er lægst. Síndir eru tveir ferlar með mismunandi litum. Annars vegar er miðað við kjördæmaskipan á hverjum tíma, en hins vegar þannig að kjósendur eru heimfærðir á núverandi kjördæmi. Síðan eru dregnar sléttari ferlar (af annarri gráðu) sem sýna þróunina í hnotskurn. Vegna mikilla breytinga í kjördæmaskipaninni í tímans rás er síðarnefnda ferlarið – það bláa – athyglisverðara, en þar er miðað við þá stóru mynd af misvæginu sem fæst með því að taka mið af núgildandi víðfeðmum kjördæmum. Vart verður annað lesið úr þessari sögu en að misvægið hafi verið næsta samfelt, þrátt fyrir leiðréttingar af og til. Í samræmi við núgildandi kosningalög staðnæmist misvægishlutfallið nú við töluna tvo, þ.e. að sumir kjósendur hafa tvöfalt meira atkvæðavægi en aðrir.

Fullur jöfnuður eftir búsetu

Athyglisvert er að eftir breytingu á stjórnarskránni 1999 er ekkert því til fyrirstöðu að jafna atkvæðavægið að fullu með lagabreytingu, sé til þess vilji. Núgildandi stjórnarskrá, lög nr. 33/1944 með síðari breytingum, veitir til þess nægilegar heimildir.

Í 1. mgr. 31. gr. stjórnarskrárinnar segir: „Kjördæmi skulu vera fæst sex en flest sjö. Mörk þeirra skulu ákveðin í lögum, en þó er heimilt að fela landskjörstjórn að ákveða kjördæmamörk í Reykjavík og nágrenni.“ Og í 2. mgr.: „Í hverju kjördæmi skulu vera minnst sex kjördæmissæti sem úthluta skal á grundvelli kosningaúrslita í kjördæminu. Fjöldi þingsæta í hverju kjördæmi skal að öðru leyti ákveðinn í lögum, sbr. þó 5. mgr.“ En í þeirri mgr. eru settar skordur við því að misvægið fari úr böndunum: „Ef kjósendur á kjörskrá að baki hverju þingsæti, að meðtöldum jöfnunarsætum, eru eftir alþingiskosningar helmingi færri í einu kjördæmi en einhverju öðru kjördæmi skal landskjörstjórn breyta fjölda þingsæta í kjördæmum í því skyni að draga úr þeim mun. Setja skal nánari fyrirmæli um þetta í lög.“ Allt annað er alfarið í höndum löggjafans, en á hinn bóginn þarf aukinn meirihluta á Alþingi til slíkra breytinga eins og kveðið er á um í 6. mgr. téðrar stjórnarskrárgreinar: „Breytingar á kjördæmamörkum og tilhögun á

úthlutun þingsæta, sem fyrir er mælt í lögum, verða aðeins gerðar með samþykki 2/3 atkvæða á Alþingi.“

Sé vilji til að jafna atkvæðavægið má, samkvæmt framanskráðu, gera það ýmist með því að breyta skipan kjördæma eða með tilfærslu þingsæta milli núverandi kjördæma, nema hvort tveggja sé gert. Hér verður einungis hugað að seinni leiðinni og spurt hvernig þingsæti ættu að skiptast á milli núverandi kjördæma, sé markmiðið að jafna vægi atkvæða eins og frekast er unnt. Svör er að finna í 3. töflu.

3. tafla. Jöfn skipting þingsæta milli kjördæma á grundvelli tölu kjósenda 2013 með ýmsum aðferðum.

	Kjósendur á kjörskrá 2013	Sætis- hlutir	Skipting sæta 2013	Jöfn skipting sæta eftir mismunandi mælikvörðum		
				d'Hondt	Sainte-Laguë	Hare (stærstu leifar)
Norðvesturkjördæmi	21.318	5,65	8	5	6	5
Norðausturkjördæmi	29.035	7,69	10	8	8	8
Suðurkjördæmi	33.633	8,91	10	9	9	9
Suðvesturkjördæmi	63.125	16,72	13	17	16	17
Reykjavíkurborgkjördæmi suður	45.189	11,97	11	12	12	12
Reykjavíkurborgkjördæmi norður	45.529	12,06	11	12	12	12
Landið allt	237.829	63,00	63	63	63	63

Fyrsti talnadálkur töflunnar sýnir tölur um kjósendur á kjörskrá 2013, sem síðan eru umreiknaðar í sætishluti, en þeir fást með beinni hlutfallslegri skiptingu á þingsætunum 63 og það með tveimur aukastöfum. Þá er til upplýsingar sýnt hvernig sætin skiptust í kosningunum 2013. Sú skipting mun og gilda í næstu kosningum að óbreyttum lögum. Síðustu þrjú dálkarnir sýna hvernig sætin myndu skiptast milli kjördæma eftir þeim þremur helstu skiptireglum sem tíðkast að nota, sé markmiðið sem fyllstur jöfnuður á milli kjördæma. Þessum aðferðum, eða mælikvörðum, verða gerð skil síðar.

Svo vill til í tilviki kosninganna 2013 að reglur d'Hondts og Hares (stærstu leifar) gefa sömu niðurstöðu, sem er óvenjulegt. Sú útkoma rúmast þó ekki innan ramma núgildandi stjórnarskrár, sem kveður á um að hvert kjördæmi skuli að lágmarki fá sex sæti eins og fyrr segir. Sé það skilyrði gert að forsendu sýna allar reglurnar sömu útkomu, en það er sú sem regla Sainte-Laguë gefur hvort sem lágmarksskilyrðið um sex sæti er sett eða ekki.

Í 4. töflu má sjá hvaða tilfærslur yrðu á sætum frá úthlutuninni 2013 ef þingsætum væri skipt jafnt með ofangreindum hætti á milli kjördæma, en engu öðru breytt í kosningalögum. Enn skal ítrekað að hér er stuðst við kosningaúrslitin frá 2013 óbreytt, enda þótt viðbúið sé að jöfnun atkvæðavægis og sú tilfærsla þingsæta sem af henni leiðir, kynni ein sér að leiða til annarra úrslita. Vegna ákvæðis stjórnarskrár um að kjördæmi skuli að lágmarki hljóta sex kjördæmissæti verða öll sex sætin í Norðvesturkjördæminu að kjördæmissætum í þessum útreikningi. Jöfnunarsætið sem þaðan hverfur er látið fara til fjölmennasta kjördæmisins, Suðvesturkjördæmis, enda fjölgar sætum þar í heild mest eða um þrjú sæti við hina hlutfallslega jöfnu skiptingu sætanna.

4. tafla. Breyting á úthlutun þingsæta 2013 ef þingsætum er skipt hlutfallslega jafnt á milli kjördæma en öðru er haldið óbreyttu.

<i>Listabókstafir:</i>	A	B	D	S	V	Þ	Alls
Norðvesturkjördæmi		-1			-1		-2
Norðausturkjördæmi		-1			-1		-2
Suðurkjördæmi	-1		-1		+1		-1
Suðvesturkjördæmi	+1	+1			+1		+3
Reykjavíkurborgkjördæmi suður	-1		+1		+1		+1
Reykjavíkurborgkjördæmi norður	+1						+1
Landið allt		-1			+1		

Fullur jöfnuður náðist ekki á milli flokka í kosningunum 2013, en í kjölfar téðrar jöfnunar eftir búsetu næst flokkajöfnuðurinn einnig, enda þótt jöfnunarsætum sé ekki fjölgað. Þetta er þó ekki nema að litlu leyti afleiðing af jöfnuninni milli kjördæma. Eftir sem áður er því full ástæða til þess að fjölga jöfnunarsætum eins og rætt verður um í II. kafla.

Að öðru leyti verður allnokkur tilfærsla á þingsætum samkvæmt 4. töflu en þó vart meira en sem svarar til hinna tveggja breytinga á jaðrinum; annars vegar þeirri að fimm þingsæti færast á milli kjördæma og hins vegar að eitt færast á milli flokka. Það eina sem gerist að auki er leiðrétting á undarlegri sætaskiptingu í Suðurkjördæmi og afleiðingum hennar. Athyglisvert er að engar breytingar verða á skipun þingsæta hjá Samfylkingunni (S) og Pírötum (Þ).

Tillaga stjórnlagaráðs um jöfnun atkvæðavægis eftir búsetu

Í frumtillögum stjórnlagaráðs og í stjórnarskrárfrumvarpi meiri hluta stjórnskipunar- og eftirlitsnefndar Alþingis á þinginu 2012-13 er talað skýrum orðum um markmiðið um jöfnuð eftir búsetu: „Atkvæði kjósenda alls staðar á landinu vega jafnt.“¹¹ Síðar í umfjöllun meirihlutans vildi hann bæta aftan við orðunum „eftir því sem frekast er unnt“.¹² Þá er vitnað til þess að Feneyjanefndin svonefnda (European Commission for Democracy through Law, Venice Commission) hafi gefið út reglur um góða starfshætti um málefni kosninga þar sem segir að almennt skuli misvægi atkvæða ekki fara yfir 10% og alls ekki yfir 15% nema við mjög sérstakar aðstæður. Væntanlega er hér haft í huga að aldrei getur orðið fullkomið jafnræði af hreinum stærðfræðilegum ástæðum svo lengi sem landinu er skipt upp í kjördæmi. Óhjákvæmilegt misvægi af þessum sökum einum fer upp í 15% þótt sætum sé skipt upp hlutfallslega jafnt milli núverandi kjördæma. Þetta má reikna út úr tölum í 3. töflu.

Stjórnlagaráð fór málamíðlunarleið hvað það varðar hvort landið skyldi vera eitt kjördæmi – og þá með fullri jöfnun atkvæðavægis eftir búsetu – eða ekki. Þetta mætti, skv. tillögum ráðsins, ákveða í kosningalögum. Á hinn bóginn skyldi það sett í vald flokkanna hvort þeir vildu bjóða fram í kjördæmum eða aðeins landslista, nema þeir kysu hvort tveggja. Í tillögum stjórnskipunar- og eftirlitsnefndar var landslistafyrirkomulagið fellt út, en á hinn bóginn heimilað að frambjóðendur væru í boði í fleiru en einu kjördæmi samtímis.

Tilmæli Öryggis- og samvinnustofnunar Evrópu (ÖSE) um jöfnuð eftir búsetu

Ekki fer á milli mála að lýðræðis- og mannréttindaskrifstofa ÖSE mælist til jöfnunar á atkvæðisrétti (OCSE 2009 og OCSE 2013). Á þetta er lögð rík áhersla í skýrslu skrifstofunnar um þingskosningarnar 2009. Ekki megi dragast að jafna kosningaréttinn. Í skýrslunni 2013 er ekki tekið jafn sterkt til orða en þó bent á að ójafn kosningarréttur stangist á við grundvallarsamþykkt samtakanna frá árinu 1990 sem kennd er við Kaupmannahöfn (CSCE 1990). Jafnframt er rífað upp að Feneyjanefndin fyrrnefnda (Venice Commission 2013) hafi fagnað því að í frumvarpi að nýrri stjórnarskrá, sem lá

fyrir Alþingi veturinn 2012-13 og ættað var frá stjórnlagaráði, hafi verið kveðið á um fulla jöfnun kosningaréttar. Lýðræðis- og mannréttindaskrifstofa ÖSE harmar greinilega að þessi tillaga hafi dagað uppi.

Athugasemdir

10. Talnaefni 1. myndar er unnið upp úr kosningaskýrslum Hagstofunnar. Efnið er enn óbirt en mun væntanlega verða aðgengilegt á vef Hagstofunnar eða landskjörstjórnar.
11. Sjá 1. mgr. 39. gr. í frumvarpsdrögum stjórnlagaráðs á þingskjali 3, 3. máli, 140. löggjafarþing 2011–2012, vefútgáfa Alþingistíðinda, slóð <http://www.althingi.is/altext/140/s/0003.html>. Sbr. einnig sama stað í frumvarpi til stjórnarskipunarlaganna frá meirihluta stjórnarskipunar- og eftirlitsnefndar á þingskjali 510, 415. máli, 141. löggjafarþing 2012–2013, vefútgáfa Alþingistíðinda, slóð <http://www.althingi.is/altext/141/s/0510.html>.
12. Sjá 21. lið í breytingartillögu meirihlutans á þingskjali 948, 415. máli, 141. löggjafarþing 2012–2013, vefútgáfa Alþingistíðinda, slóð <http://www.althingi.is/altext/141/s/0948.html>.

Vefslóðir voru síðast sóttar 14. október 2014.

Heimildir

- Alþingi 2011. Sérvefur skrifstofu Alþingis um stjórnarskrármál, slóð http://www.althingi.is/vefur/um_stjornarskrarmal.
- Alþingistíðindi*. Reykjavík. Skrifstofa Alþingis.
- CSCE, Conference on Security and Co-operation in Europe, 1990. „Document of the Copenhagen Meeting of the Conference on the Human Dimension of the CSCE“. Vefslóð <http://www.osce.org/odihr/elections/14304>.
- OSCE, Office for Democratic Institutions and Human rights, 2009. „Iceland Early Parliamentary Elections 25 April 2009“. Vefslóð <http://www.osce.org/odihr/elections/iceland/38309?download=true>.
- OSCE, Office for Democratic Institutions and Human rights, 2013. „Iceland Parliamentary Elections 27 April 2013“. Vefslóð á ensku <http://www.osce.org/odihr/elections/103053?download=true> og óopinber þýðing á íslensku á slóð <http://www.osce.org/is/odihr/elections/103314?download=true>.
- Þorkell Helgason 2015a. „Umbætur á kosningakerfinu: Yfirlit“. Vefslóð ??? .
- Venice Commission (European Commission for Democracy through Law) 2013. „Opinion on the Draft New Constitution of Iceland“, Opinion no 702/2013. Vefslóð www.althingi.is/pdf/venice.coe.pdf.

Umbætur á kosningakerfinu:

II. *Jöfnuður milli flokka*

Porkell Helgason, fyrrv. prófessor í stærðfræði

Pistill þessi er annar fjögurra pistla sem koma í kjölfar yfirlitsgreinar um viðfangsefnið (Porkell Helgason 2015a). Athygli skal vakin á því að töflur, myndir og athugasemdir aftanmáls eru tölusett í áframhaldandi röð frá einum pistlinum til annars.

Ekki náðist fullur jöfnuður milli þingflokka í kosningunum 2013 og er þá einungis miðað við jöfnuð milli þingflokka, en atkvæði þeirra samtaka sem ekki náðu manni á þing eru látin liggja á milli hluta. Slíkur jöfnuður hefur á hinn bóginn náðst í öllum öðrum þingkosningum frá og með kosningunum 1987, þ.e. eftir hina miklu kerfisbreytingu á kosningalögum á níunda áratugnum og svo aftur þeirri um síðastliðin aldamót. Fullyrða má að eitt meginmarkmið þessara breytinga beggja hafi einmitt verið að nálgast, og helst tryggja, slíkan jöfnuð milli flokka, eins og fram kemur fyrir í þessari ritgerð. Til áréttingar þessa var bætt inn í stjórnarskrána árið 1984 skýru ákvæði, sem nú er 1. málsl., 4. mgr. 31. gr.: „Öðrum þingsætum en kjördæmissætum skal ráðstafa í kjördæmi og úthluta þeim til jöfnunar milli stjórnálagamtaka þannig að hver samtök fái þingmannatölu í sem fyllstu samræmi við heildaratkvæðatölu sína.“

Kosningalög, hvort sem það eru þau frá 1987 eða 2000, tryggja þó engan veginn jöfnuð á milli flokka. Því má segja að það hafi verið slembilukka að jöfnuður hafi náðst í öllum kosningum frá því að stjórnarskrárákvæðið varð virkt 1987 og allt þar til nú. Spyrja má hvort fyrrgreint ákvæði stjórnarskrár um jöfnuð milli flokka geri ekki þá kröfu til kosningalaga að jöfnunarsæti séu ávallt nægilega mörg til að tryggja þennan jöfnuð.

Megintækið til að nálgast jöfnuð milli flokka hefur falist í jöfnunarsætum en þau voru fyrst tekin upp í kosningalög þau sem komu til framkvæmda í kosningunum 1934, en þá kölluð uppbótarsæti. Til og með kosningunum 1983 voru sætin ellefu að tölu. Að vísu voru ákvæði fram til vorkosninganna 1959 þess efnis að ekki skyldi nýta fleiri uppbótarsæti en svo að jöfnuður næðist. Því fór á hinn bóginn víðs fjarri að ekki þyrfti að grípa til allra sätanna, og það gott betur ef heimilt væri. Í kosningum á árabílinu 1987 til 1999 voru jöfnunarsætin 13, en frá og með kosningunum 2003 aðeins níu.

Ef markmiðið um fullan jöfnuð milli flokka er talið svo mikilvægt, hví hefur löggjafinn þá skorið tölu þeirra við nögl? Ástæðan er trúlega sú að jafnframt virðist það lykilmarkmið að kjósendur í hverju kjördæmi fái sem mestu ráðið um það hverjir veljist á þing fyrir þeirra hönd. Þessi tvö markmið kunna að stangast á, en þurfa ekki að gera það svo mjög.

Hér verða reifaðar tvær hugmyndir í því skyni að tryggja jöfnuð milli flokka en á þeim er þó einungis blæbrigðamunur. Gengið er út frá óbreyttum kosningalögum um allt annað en skiptingu þingsæta í kjördæmis- og jöfnunarsæti. Jafnframt er þó virt það ákvæði í núgildandi stjórnarskrá að kjördæmissæti megi ekki vera færri en sex í hverju kjördæmi. Hugmyndirnar verða reifaðar með vísun til kosningaúrslitanna 2013, en sem fyrir verður að hafa í huga að úrslit kosninga kunna að mótast af því kosningakerfi sem er í gildi á hverjum tíma.

Aljöfnunarleið

Önnur leiðanna er sú að hafa kjördæmissætin í leyfðu lágmarki, sex í hverju þeirra eða 36 alls. Afgangur sätanna, 27 sæti, er þá til jöfnunar. Nefnum þetta *aljöfnunarleið*. Í 5. töflu er

sýnt hver útkoman hefði orðið miðað við kosningaúrslitin 2013 í samanburði við núgildandi úthlutun. Ítrekað skal að gengið er út frá sömu aðferð við útteilingu jöfnunarsætanna til einstakra lista og nú.

5. tafla. Breyting á úthlutun þingsæta 2013 ef kjördæmissæti eru einungis sex í hverju kjördæmi (aljöfnun).

<i>Listabókstafir:</i>	A	B	V
Suðurkjördæmi	-1		+1
Reykjavíkurborgkjördæmi norður	+1	-1	
Landið allt		-1	+1

Frávikin frá núgildandi úthlutun sem fram koma í 5. töflu eru smávægileg og eru óhjákvæmileg afleiðing þess sem að er stefnt, þ.e. því að ná fram fullum jöfnuði milli flokka, sem krefst færslu á einu sæti frá Framsóknarflokki (B) til Vinstri grænna (V). Um leið leiðréttir þessi úthlutun hina augljósu missmíð sem er á núverandi úthlutun í Suðurkjördæmi eins og fyrr er nefnt. Fullyrða má að kjördæmin fá eins miklu ráðið, ef ekki meiru, um val á sínum þingmönnum en er að óbreyttum lögum, þrátt fyrir að tala hinna formlega bundnu kjördæmissæta sé verulega rýrð. Breytingin sem leiðir af aljöfnunarleiðinni er til bóta í Suðurkjördæmi sem færir nú kjósendum þar alfarið vald á vali þingmanna sinna. En að vísu færir eitt sæti til í Reykjavíkurborgkjördæmi norður. Það er afleiðing þess að einhvers staðar verður Framsóknarflokkur að skila sæti.

Lágmarksleið

Hér á undan hefur því verið lýst hvernig ná megi flokkajöfnuði með því að skilgreina sem flest þingsæti – helst öll – sem jöfnunarsæti. Það er líka hægt að fara í hina áttina: Byrja á því að úthluta öllum þingsætum sem kjördæmissætum. Sé þá ójöfnuður milli flokka (sem nær öruggt má telja að verði) mætti síðan tína út eitt eða fleiri kjördæmissætanna í senn og gera þau að jöfnunarsætum allt þar til fullum jöfnuði er náð. Þannig væru aldrei notuð fleiri sæti til jöfnunar en þörf er á í hverjum kosningunum. Nefnum þessa leið *lágmarksleið*.

Sé þessi leið farin þarf að ákveða í hvaða kjördæmi (einu eða fleirum) gripið skal til að breyta kjördæmissætum í jöfnunarsæti í hverri lotu. Ein útgáfan af þessu væri að leita að þeim flokki sem á því stigi veldur mestu um ójöfnuðinn og umbreyta kjördæmissæti í því kjördæmi þar sem (síðasti) kjördæmiskjörni maður flokksins stendur einna tæpast. Þannig hefði það dugað 2013 að breyta einungis einu kjördæmissæti (í Norðvesturkjördæmi) í jöfnunarsæti, en slík breyting væri á vissan hátt klæðskerasniðin að úrslitunum 2013 en ekki gerð á almennum forsendum. Hugsunin væri þá að ganga eins skammt og frekast er unnt í fækkun kjördæmissæta. Þetta kynni á hinn bóginn að leiða til óæskilegrar blöndunar við pólitíkina, jafnvel í kosningabaráttunni. Það kynni að vera sagt að atkvæðum sem greidd væru tilteknum lista væri kastað á glæ þar sem listinn kynni að verða sviptur sæti af völdum kosningakerfisins. M.a. af þessum sökum verður hér prófað að fara almennari leið og fækka kjördæmissætum kerfisbundið þar til jöfnuður næst. Eðlilegast virðist þá að ganga á kjördæmin eftir stærð, þ.e. tölu þingsæta. Reglan gæti verið eins og hér greinir:

Regla um lágmarksleið

1. Kjördæmissætum skal breytt í jöfnunarsæti, einu eða fleirum í senn.
2. Gengið er á kjördæmin í fallandi röð eftir tölu þingsæta í hverju þeirra, þar til enginn flokkur hefur fleiri kjördæmissæti en svarar til landsfylgis:
 - a) Suðvesturkjördæmi, eitt sæti.
 - b) Reykjavíkurborgkjördæmin, samtímis eitt sæti í hvoru.
 - c) Norðausturkjördæmi og Suðurkjördæmi, samtímis eitt sæti í hvoru.
 - d) Norðvesturkjördæmi, eitt sæti.
3. Dugi þetta ekki til að ná jöfnuði er aftur farið yfir kjördæmin skv. 2. skrefi, o.s.frv. Hlaupið er yfir kjördæmi ef þar eru ekki eftir fleiri kjördæmissæti en þau sex sem mælt er fyrir um í stjórnarskrá.

Spyrja má hvers vegna gengið er í senn á tvö kjördæmi í skrefum 2b og 2c. Ástæðan er sú að í báðum tilvikum eru kjördæmin jafnstór, þ.e. með sömu tölu þingsæta. Því er ekki efni til að gera upp á milli þeirra. Ennfremur er það álitamál hvort ekki ætti að fækka sætum um tvö í senn í kjördæmunum þremur sem flest hafa sætin (skref 2a og 2b) áður en gripið er til fækkunar í þeim sem fæst sæti hafa. Það kann að virðast í meira samræmi við núgildandi kosningalög þar sem jöfnunarsæti eru tvö í hverju þessara stóru kjördæma en eitt í hinum. Á hinn bóginn má benda á að nægi ekki að fækka um eitt sæti í hverju kjördæmi (eftir skref 2 í heild sinni) er aftur byrjað á þeim stóru. Þannig að búið er að breyta tveimur sætum í jöfnunarsæti í hverju þeirra stóru áður en gripið er aftur til hinna minni.¹³

Gerð var tilraun með þessa lágmarksleið á grundvelli kosningaúrslitanna 2013. Þá kemur í ljós að fara þarf eina heila umferð, þ.e. breyta þarf einu sæti í hverju kjördæmi í jöfnunarsæti áður en fullur jöfnuður næst á milli flokka. Jöfnunarsætin verða því 15 í þessari tilraun í stað þeirra níu sem núgildandi lög kveða á um. Ástæða þessa er augljós: Fækka verður kjördæmissætum allt þar til Framsóknarflokkurinn nær að skila því sæti sem hann hefur fengið umfram landsfylgi. Samkvæmt núgildandi úthlutunarreglum var það einungis í Norðvesturkjördæmi að flokkurinn fékk síðasta kjördæmiskjörna manninn í kosningunum 2013. Í öllum öðrum kjördæmum er Framsóknarmaður næstsíðastur, nema hvað hann er sá þriðji síðasti kjördæmiskjörni í Reykjavíkurborgkjördæmi suður. Eigi að ná jöfnuði milli flokka án þess að jöfnunarsætum sé fjölgað í minnstu kjördæmunum þremur þyrfti að hafa þau fjögur a.m.k. í því fjölmennasta, Suðvesturkjördæmi. Þá má spyrja hvort það sé sanngjarnt á sama tíma og aðeins væri eitt slíkt í Norðausturkjördæmi.

Allt ber þetta að sama brunni: Við gerð kosningalaga ber að forðast að taka mið af ákveðnum kosningaúrslitum í fortíðinni – í þessu tilviki þeim frá 2013. Í þess stað verður fyrst að skilgreina skilmerkilega markmiðin, sem hér er það eitt að fullur jöfnuður náist á milli flokka. Síðan verður að meta hugmyndir um breytt lög út frá markmiðunum og skilgreindum gæðamælikvörðum.

Í 6. töflu má sjá hvaða tilfærslur yrðu á sætum frá úthlutuninni 2013 ef þessari lágmarksleið hefði verið beitt. Útkoman er eins og við er að búast: Færsla sætis frá B til V og um leið leiðrétting á undarlegri úthlutun í Suðurkjördæmi, sem dregur síðan dilk á eftir sér.

6. tafla. Breyting á úthlutun þingsæta 2013 ef kjördæmissæti eru jafnmörg og verða má án þess að jöfnuði milli flokka sé raskað (lágmarksleið).

<i>Listabókstafir:</i>	A	B	D	V
Norðvesturkjördæmi		-1	+1	
Suðurkjördæmi	-1			+1
Suðvesturkjördæmi	+1		-1	
Landið allt		-1		+1

Útfærslan á lágmarksleiðinni sem hér hefur verið lýst byggir á því að byrja á að úthluta öllum sætum sem kjördæmissætum og draga svo í land í þeim mæli sem þarf. Hægt er að fara hina leiðina og úthluta sætum sem kjördæmissætum svo lengi sem stætt er, þ.e. svo lengi sem enginn flokkur er kominn fram yfir þá tölu sæta sem honum ber samkvæmt landsfylgi. Þegar svo langt er komið verður að stöðva úthlutun kjördæmissæta og deila afganginum út sem jöfnunarsætum. Með þeirri útfærslu yrði lágmarksleiðin nánast eins og sú fyrrnefnda, aljöfnunarleiðin. Hugmynd svipuð lágmarksleiðinni, en í þessari seinni útfærslu, er til umræðu hjá sænskum stjórnvöldum. Sjá Nilsson et al 2013 og Linusson og Ryd 2014.

Samanburður leiða til að jafna á milli flokka

Samanburður á leiðunum tveimur sýnir að tilfærslur frá raunúthlutuninni 2013 eru nokkru fleiri, ef lágmarksleiðin er farin, en raunin yrði með aljöfnunarleiðinni. Þetta má sjá með samanburði á 5. og 6. töflu. Ekki er þó endilega víst að þetta þurfi alltaf að vera svo. Eigi að gera upp á milli þessara tveggja leiða til að ná fullum jöfnuði milli þingflokka verður að nota aðra gæðamælikvarða svo sem þessa:

- *Vilji kjósenda í hverju kjördæmi.* Þar sem lágmarksleiðin raskar kjördæmisúthlutun eins lítið og verða má, ætti að vera tryggara að vilji kjósenda sé virtur en yrði með aljöfnunarleiðinni. Þetta fer þó verulega eftir því hvaða aðferð er notuð við úthlutun jöfnunarsætanna. Um það atriði verður fjallað í IV. kafla. Vera má að sætunum megi úthluta þannig að lítill munur, ef þá nokkur, yrði á milli úthlutananna hvor aðferðin sem notuð væri. En vissulega kynnu kjósendur að vera rórrí ef þeir vita að ekki er ráðskast með atkvæði þeirra meira en þarf.
- *Pólítísk áhrif.* Hér er átt við það hvort sjálf úthlutunaraðferðin gæti orðið tilefni átaka í kosningabaráttu, eins og vikið er að hér að framan. Þar hallar trúlega frekar á lágmarksleiðina. Þar sem skiptingin milli kjördæmis- og jöfnunarsæta liggur ekki ljós fyrir áður en gengið er til kosninga, kynnu þau sjónarmið að koma fram að atkvæði greidd tilteknum lista gæti rýrt tölu kjördæmissæta í kjördæminu. Með aljöfnunarleiðinni er skiptingin milli kjördæmis- og jöfnunarsæta ljós áður en gengið er til kosninga, enda þótt tala kjördæmissætanna kunni að þykja lág, einungis sex í hverju kjördæmi.

Meðalvegur?

Að lokum má spyrja undir þessum kafla, sem fjallar um jöfnuð milli flokka, hvort ekki megi fara einhvern meðalveg. Það er nefnilega sammerkt báðum hinum reifuðu leiðum að öll þingsæti, umfram hin stjórnarskrárbundnu sex í hverju kjördæmi, eru höfð tiltæk til jöfnunar milli flokka. Jöfnunarsætin eru því ýmist ákveðin fyrirfram, 27 að tölu (aljöfnunarleiðin), eða gætu orðið allt að því það mörg (lágmarksleiðin). Spyrja má hvort ekki nægi að fjölga þeim t.d. um eitt jöfnunarsæti í hverju kjördæmi og hafa þau þá 15 alls. Trúlega er þau kosningaúrslit ólíkleg að sú tala jöfnunarsæta dugi ekki til fullrar jöfnunar á milli flokka. Þó er hægt að búa til dæmi um annað, og það ekki mjög

ótrúverðug. Dæmi má jafnvel finna þar sem hið stjórnarskrárbundna lágmark kjördæmissæta kynni að koma í veg fyrir að jöfnuður næðist. Slík dæmi myndu t.d. byggja á öflugum sérframboði í fámennasta kjördæminu, Norðvesturkjördæmi.

Þær aðferðir báðar, sem hér eru reifaðar, virða úrslitin í hverju kjördæmi eins og frekast er unnt. Hvaða ástæða er þá til að fara einhverja hálfu leið, sem kynni síðan að reynast ónóg þegar á reyndi? Þannig hefur ávallt verið staðið að málum allt frá því að landsjöfnuður milli flokka varð að meginmarkmiði, strax árið 1934. Jöfnunarsætin hafa ýmist verið of fá eða í tæpasta lagi – sem aftur hefur leitt til sífelldra en síðbúinna lagfæringa á lagaverkinu.

Áður en sagt er skilið við markmiðið um jöfnuð á milli flokka verður að slá einn varnagla. Þetta markmið gerir í eðli sínu nýjum framboðum erfitt fyrir um að ná fótfestu, einkum þó staðbundnum framboðum. Framboð sem væri einskordað við eitt kjördæmi yrði annað hvort að ná einu af hinum sex öruggu kjördæmissætum eða ná því fylgi að það ætti fyrir sætum á landsvísu. Það fyrra kallar á allt að 1/7 (um 14%) af öllum gildum atkvæðum kjördæmisins. Svo lengi sem fimm prósentu þröskuldurinn er við lýði væri heldur ekkert hald í jöfnunarsætunum þar sem enn meira fylgi þyrfti í kjördæminu til að komast yfir þröskuldinn og hljóta jöfnunarsæti.

Tillaga stjórnlagaráðs um jöfnuð milli flokka

Bæði í frumtillögum stjórnlagaráðs og allt í gegnum síðustu gerð þeirra eftir umfjöllun í stjórnskipunar- og eftirlitsnefnd Alþingis á þinginu 2012-2013 er það gert að forgangskröfu við gerð kosningalaga að fullur jöfnuður náist milli flokka. Vitanlega verður heilum sætum aldrei skipt hlutfallslega nákvæmt á milli flokka en krafan er sú að sá jöfnuður náist sem er stærðfræðilega mögulegur.

Athugasemdir

13. Aðferð af sama toga og lágmarksleiðin var til umræðu í viðræðum formanna „fjórflökkanna“ undir árslok 1982 um fyrirkomulag kosninga til Alþingis og varð um hrið að aðaltillögu þeirra. Útfærslan á þeim tíma gekk á vissan hátt enn lengra í því að virða úrslitin í kjördæmunum en lágmarksleiðin gerir. Tillagan náði þó ekki þá fram að ganga. Endalökin urðu því flókin kosningalög, þau frá 1987, eins og að nokkru er lýst í Morgunblaðsgrein höfundar (Þorkell Helgason 1987).

Vefslóðir voru síðast sóttar 14. október 2014.

Heimildir

- Linusson, Svante og Ryd, Gustav 2014. „Dynamic adjustment: an electoral method for relaxed double proportionality“. *Annals of Operations Research*, April 2014, Vol. 215, Issue 1, 183-199.
- Nilsson, Bengt-Åke, et al 2013. „Proportionalitet i val samt förhandsanmälan av partier och kandidater“, *SOU 2012:94*. Vefslóð <http://www.regeringen.se/sb/d/15631/a/206860>.
- Þorkell Helgason 1987. „Ný kosningalög. Réttarbót, en með annmörkum“, *Morgunblaðið*, 7. mars 1987. Vefslóð http://timarit.is/view_page_init.jsp?issId=121081&pageId=1651148&lang=is&q=%DEorkell%20Helgason.
- Þorkell Helgason 2015a. „Umbætur á kosningakerfinu: Yfirlit“. Vefslóð ??? .

Umbætur á kosningakerfinu:

III. Úthlutunarreglur

Porkell Helgason, fyrrv. prófessor í stærðfræði

Pistill þessi er sá þriðji af fjórum pistlum sem koma í kjölfar yfirlitsgreinar um viðfangsefnið (Porkell Helgason 2015a). Athygli skal vakin á því að töflur, myndir og athugasemdir aftanmáls eru tölusett í áframhaldandi röð frá einum pistlinum til annars.

Í þessum kafla er fjallað grundvallaratriði, reiknireglur við úthlutun sæta, ekki endilega vegna þess að lagt sé til að skipt verði um aðferðir í íslenska kosningakerfinu, heldur hins að fróðleikur um þær skiptir máli í allri umfjöllun um kosningar.

Úthlutun sæta til framboðslista á grundvelli atkvæðatalna kemur víða við sögu. Hérlendis þekkjum við viðfangsefnið þegar kosið er til Alþingis og sveitarstjórna en líka við kosningar í stjórnir félaga (t.d. á hluthafafundum). Flóknast er viðfangsefnið við úthlutun þingsæta. Þar kemur slík grunnúthlutun við sögu með tvennum hætti. Annars vegar þegar kjördæmissætum er úthlutað en hins vegar þegar jöfnunarsætum er skipt á milli þingflokka.

Viðfangsefnið er hvernig umbreyta megi atkvæðum greiddum listum í sæti handa sömu listum þannig að úthlutunin sé í sem bestu hlutfalli við atkvæðaskiptinguna. Fullkomið samræmi næst aldrei – nema þá að sætin séu jafnmörg og kjósendurnir! Sérhver úthlutunaraðferð byggir því á málamiðlun. Til er mýgrútur aðferða og allmargar eru í notkun. Umfjölluninni hér er ekki ætlað að gera þessu sérstaka viðfangsefni nein fullnægjandi skil, enda hefur margt og mikið hefur verið ritað um slíkar reiknireglur. Tilgangurinn með undirkaflanum er einvörðungu að miðla grundvallarupplýsingum um efnið, enda er val á reiknireglu við úthlutun sæta hvarvetna talið stór þáttur í gerð kosningakerfa. Sjá t.d. yfirlitsrit IDEA-stofnunarinnar, IDEA 2005.

Skipta má megninu af aðferðunum í tvo meginflokkka: Frádráttarreglur og deilireglur. Þessi flokkun er t.d. skýrt sett fram hjá Pukelsheim 2014.

Í frádráttarreglunum er fundinn kvóti atkvæða sem greiða þarf fyrir hvert úthlutað sæti.¹⁴ Fer fyrst sæti til þess flokks sem flest hefur atkvæðin. Fyrir þetta fyrsta sæti „greiðir“ flokkurinn sem nemur kvótanum og er atkvæðatala flokksins lækkuð sem honum nemur. Næst er leitað að þeim flokki sem nú hefur flest atkvæði og er þá fyrrnefndur flokkur með í leik en með skertri atkvæðatölu o.s.frv. Að lokum kemur að jafnaði að því að enginn flokkur á eftir atkvæði eða atkvæðaleifar sem duga fyrir heilum kvóta atkvæða. Þá er samt haldið áfram að úthluta sem fyrr en nú á grundvelli stærstu leifa. Frádráttarreglur ganga því einnig undir samheitinu *reglur stærstu leifa*. Það sem aðskilur þær innbyrðis er hvernig kvótinn er ákvarðaður. Algengasta frádráttarreglan er kennd við *Hare*. Þá er kvótinn það sem beinast liggur við; meðaltal atkvæða að baki sätum, þ.e. heildartala gildra atkvæða deilt með tölu sæta sem úthluta skal. Önnur allalgeng aðferð er kennd við *Droop*. Kvótinn hjá honum er fenginn með sama hætti nema hvað deilt er með fjölda sæta að einu viðbættu. Kvótinn sem þannig er fenginn er gjarnan aukinn sem nemur einu atkvæði. Kvóti Droops er sá stærsti mögulegi sem þó tryggir að aldrei verði úthlutað of mörgum sätum á grundvelli heilla kvóta. Með þessum kvóta er því eins sjaldan og frekast er unnt gripið til úthlutunar á grundvelli leifa, þ.e. brota úr kvóta.

Deilireglur eru þannig útfærðar að deilt er í atkvæðatölu hvers flokks með vaxandi runu deilitalna. Deildunum sem þannig fást er skipað í stærðarröð og er sätum úthlutað

til flokka (samtaka) með hæstu deildirnar, jafnmargar og sætum sem úthluta skal. Tvær deilireglur njóta vinsælda, *regla d'Hondts* og *regla Sainte-Laguës*. Í þeirri fyrrnefndu eru deilitölurnar einfaldlega runa heiltalnanna 1, 2, 3 o.s.frv. en hjá Sainte-Laguë aðeins oddatölurnar: 1, 3, 5 o.s.frv. Í Noregi og Svíþjóð er notað það afbrigði af reglu Sainte-Laguës að fyrstu deilitölunni er hnikað til og er hún höfð 1,4. Þessi hækkun fyrstu deilitölunnar mun vera í eins konar þröskuldsskyni. Hækkun fyrsta deilis gerir það örðugra en ella að ná fyrsta manni kjörnum. Væri fyrsti deilirinn litlu hærri, eða 1,5, væri hlutfall fyrsta og annars deilis eins og í d'Hondts-reglu.

Hver þessara reiknireglna hefur sitt stærðfræðilega grunneinkenni sem aðgreinir regluna frá öllum öðrum. Þetta leiðir síðan til þess að hver reglnanna hefur sitthvað til síns ágætis en líka galla.

- *Regla d'Hondts* einkennist af þeim eiginleika að háværkuð er minnsta tala atkvæða að baki þingsæta. Þessi eiginleiki er jafngildur því að sameining flokka leiði aldrei til fækkunar sæta að óbreyttu samanlögðu heildaratkvæðafylgi. Regla d'Hondts tryggir líka ávallt að flokkur sem fær meirihluta atkvæða fái líka meirihluta sæta (að minnsta kosti fullan helming ef heildartala sæta er jöfn tala). Þessir eiginleikar d'Hondts-reglu leiða óhjákvæmilega til þess að reglan er tölfræðilega bjöguð, þ. a. stærstu flokkarnir fá gjarnan fleiri sæti en svarar til fylgis þeirra og öfugt.
- *Regla Sainte-Laguës* er sú eina sem er á vissan hátt tölfræðilega óbjöguð og einkennist hún af þeim eiginleika. Gerum ráð fyrir að fyrir liggja úrslit úr mörgum kosningum (t.d. þúsund eða svo) þar sem heildartala sæta er sú sama svo og sömu flokkar, en fylgi þeirra einhverjum sveiflum háð. Sé úthlutað með reglu Sainte-Laguës mun meðalskipting sæta milli flokkanna vera nánast í fullu samræmi við meðalskiptingu atkvæða, en það er undir hælinn lagt hvort aðrar aðferðir séu ójagaðar að þessu leyti. Þessi tölfræðilegi eiginleiki reglu Sainte-Laguës hefur á hinn bóginn þær óhjákvæmilegu afleiðingar í för með sér að það getur gerst að flokkur sem fær meirihluta atkvæða fái ekki meirihluta sæta.
- *Regla stærstu leifa* (með kvóta Hares) einkennist af því að vera sú eina regla sem lágmarkar summu frávíka úthlutaðra sæta frá hinni nákvæmu hlutfallslegu skiptingu þeirra (sem er þá mæld í sætisbrotum). Reglan hefur nokkra megingalla allt eins og aðrar frádráttarreglur. Nefna má að sé sætum fjölgað kann svo að fara að einhver flokkur tapi á því, fá færri sæti í sinn hlut. Tengt þessu er að það er innra ósamræmi í aðferðinni, en þetta hugtak verður skýrt hér síðar.

Regla d'Hondts hefur verið ráðandi í kosningalögum héraendis með þeirri undantekningu að regla Hares var notuð í alþingiskosningum á árabílinu 1987-1999, en einungis við úthlutun kjördæmissæta. Engu að síður var landsuppjörið áfram með d'Hondts-reglu. Ástæða þess að vikið var frá d'Hondts-reglu á þessu tímabili við úthlutun kjördæmissæta var sú að jöfnunarsæti voru of fá og misvægi atkvæða milli kjördæma of mikið. Með d'Hondts-reglu á kjördæmisvísu hefðu stærstu flokkarnir, einkum sá þeirra sem var sterkur í dreifbýlinu, safnað saman of mörgum kjördæmissætum sem engan veginn hefði náðst að jafna með þeim fáu jöfnunarsætum sem voru í boði.¹⁵

Í Skandinavíu er regla Sainte-Laguës ráðandi (með afbrigðinu sem lýst er að framan). Í Danmörku er kjördæmissætum úthlutað samkvæmt d'Hondts-reglu (frá 2007 en áður með Sainte-Laguë) en jöfnunarsætum er skipt á milli flokka í anda reglu stærstu leifa. Á Íslandi og í Finnlandi er d'Hondts-regla ráðandi. Í Þýskalandi hafði d'Hondts-regla verið notuð við uppjörið til Sambandsþingsins en hún þótti of vilhöll stærstu flokkunum tveimur og í kjölfarið var tekin upp regla Sainte-Laguë, en þó með því frávíki að þrátt

fyrir aðferðina skuli flokkur sem nær meirihlutfylgi líka hljóta meirihluta á Sambandsþinginu. Á hinn bóginn lifir d'Hondts-regla góðu lífi í mörgum Evrópuríkjum.

Í 7. töflu er sýnt hvernig þingsæti hefðu skipst í kosningunum 2003 milli flokka sem þá buðu fram, eftir hinum ýmsu aðferðum sem tíðkast. Þessar kosningar eru notaðar sem dæmi fremur en aðrar frá aldamótum þar sem þær sýna einna best mismun reglnanna. Eins og vænta mátti fær stærsti flokkurinn flest sæti eftir d'Hondts-reglu. Það er raunar svo samkvæmt úrslitum allra þingkosninga á þessari öld. Regla Sainte-Laguës og regla stærstu leifa (Hare) hefðu gefið minnsta flokknum *Nýju afli* eitt sæti, enda er þröskuldur ekki viðhafður í þessari reikniritilraun. Skandinavíska útgáfan af Sainte-Laguë er með innbyggðum þröskuldi og hefði því girt fyrir þessa úthlutun. Að öðru leyti talar taflan sínu máli.

7. tafla. Hlutfallsleg skipting þingsæta samkvæmt landsfylgi flokka í þingkosningum 2003 með mismunandi skiptireglum (og án þröskulds).

<i>Flokkar:</i>	Fram-sóknar-flokkur	Sjálf-stæðis-flokkur	Frjáls-lyndi-flokkurinn	Nýtt afl	Sam-fylkingin	Óháðir (á Suðurlandi)	Vinstri grænir
Hlutfall atkvæða á landinu öllu	17,7%	33,7%	7,4%	1,0%	31,0%	0,5%	8,8%
<i>Útdeiling sæta með ýmsum aðferðum</i>							
<i>Flokkar:</i>	Fram-sóknar-flokkur	Sjálf-stæðis-flokkur	Frjáls-lyndi-flokkurinn	Nýtt afl	Sam-fylkingin	Óháðir (á Suðurlandi)	Vinstri grænir
d'Hondt	12	22	4		20		5
Sainte-Laguë	11	21	5	1	19		6
Skandinavískur Laguë	11	21	5		20		6
Hare (stærsta leif)	11	21	5	1	19		6
Droop	11	21	5		20		6

Hvaða reglu á að leggja til grundvallar, hvort sem er við úthlutun kjördæmissæta eða við landsuppjörið – eins og sýnt er í 7. töflu – er háð pólitísku mati. Um leið verður að hafa í huga að aðferðin við landsuppjörið hefur ávallt smitað út frá sér til sveitarstjórnarkosninga. Þar hefur verið notuð sama aðferð, enda þótt svo þurfi ekki endilega að vera.

Grunnreglan við úthlutun kjördæmissæta getur verið afgerandi eins og sýndi sig í kosningunum 2013. Þar fær einn flokkur, Framsóknarflokkur, sæti umfram það sem landsfylgið gefur tilefni til þegar við kjördæmisúthlutunina, þannig að fullur jöfnuður næst ekki á milli þingflokka. Jöfnunarsætin ná ekki að jafna þetta misvægi. Ef kjördæmissætum hefði verið úthlutað með reglu Sainte-Laguës hefði þetta ekki gerst, eins og sjá má í 8. töflu. Sæti hefði færst frá Framsóknarflokki (B) til Vinstri grænna (V) sem dregur svo ýmsa dilka á eftir sér.

8. tafla. Breyting á úthlutun þingsæta 2013 við það eitt að kjördæmissætum er úthlutað með reglu Sainte-Laguës.

<i>Listabókstafir:</i>	A	B	D	S	V	Þ
Norðvesturkjördæmi	1	-1				
Norðausturkjördæmi		-1	1			
Suðurkjördæmi	-1				1	
Suðvesturkjördæmi		1	-1			
Reykjavíkurbj. suður						
Reykjavíkurbj. norður						
Landið allt		-1			1	

Athugasemdir

- Í kosningalögum þeim sem giltu á árabílinu 1987-1999 komu kvótaaðferðir við sögu. Í stað orðsins *kvóti* var þá notað orðið *kjördæmistala*. Það orð er of sértækt til notkunar í samhengi þessarar greinar. Verður því stuðst við erlenda orðið *kvóti* sem hefur hlotið þegnrétt í íslensku máli, einkum sem *fiskeveiðikvóti*.
- Höfundur lagði til að notuð yrði regla Sainte-Laguës við kjördæmisúthlutunina en það fékk ekki hljómgrunn, svo að grípa varð til lakari aðferðar, reglu stærstu leifa, hvað aftur hafði í för með sér flókinn lagatexta. Sjá einnig 5. aftanmálsgrein í Þorkell Helgason 2015a.

Vefslóðir voru síðast sóttar 14. október 2014.

Heimildir

Pukelsheim, Friedrich 2014. *Proportional Representation Apportionment Methods and Their Applications*. Cham: Springer.

Þorkell Helgason 2015a. „Umbætur á kosningakerfinu: Yfirlit“. Vefslóð ??? .

Umbætur á kosningakerfinu:

IV. *Útdeiling jöfnunarsæta*

Porkell Helgason, fyrrv. prófessor í stærðfræði

Pistill þessi er sá síðasti af fjórum pistlum sem koma í kjölfar yfirlitsgreinar um viðfangsefnið (Porkell Helgason 2015a). Athygli skal vakin á því að töflur, myndir og athugasemdir aftanmáls eru tölusett í áframhaldandi röð frá einum pistlinum til annars.

Með kosningalögum þeim sem komu til framkvæmda 1934 var þingsætum skipt í tvo hópa, kjördæmissæti og jöfnunarsæti (þá nefnd uppþótarsæti). Kjördæmissætunum var og er alfarið úthlutað á grundvelli úrslita innan hvers kjördæmis en jöfnunarsætum er úthlutað innan hvers kjördæmis með tilliti til úrslita á landinu öllu. Allt til kosninganna 1987 gat tala sæta hvers kjördæmis sveiflast talsvert allt eftir úrslitunum í heild. Frá og með kosningunum 1987 er það á hinn bóginn lögbundið og ljóst fyrir hverjar kosningar hve mörg sæti hvert kjördæmi skal frá.¹⁶

Ástæður þess að sætatalan var fastsett í hverju kjördæmi með stjórnarskrárbreytingunni 1984 voru tvær.¹⁷ Önnur ástæðan var sú að það var viðkvæmismál að verið var að fækka kjördæmissætum minnstu kjördæmanna. Jöfnunarsætin áttu því að virðast ígildi kjördæmissæta, enda tala þeirra bundin í hverju kjördæmi. Til að undirstrika þetta fengu jöfnunarsætin ekki sérstakt heiti í umræddum lögum. Í lokamgr. 1. gr. fyrrgreindra laga nr. 65/1984 um breytingu á 31. gr. stjórnarskrárinnar segir einungis að í þeim tilgangi að ná jöfnuði milli þingflokka sé „heimilt að úthluta allt að fjórðungi þingsæta [hvers kjördæmis] með hliðsjón af kosningaúrslitum á landinu öllu.“ Hin ástæða þess að tala jöfnunarsæta hvers kjördæmis var niðurnjörvuð var sú að halda skyldi misvægi atkvæða innan gefinna marka. Áður gat það gerst að jöfnunarsæti gátu hrúgast saman í fámenum kjördæmum og þar með aukið á misvægið.

Útdeiling jöfnunarsæta til einstakra lista er flókið viðfangsefni og var eitt örðugasta úrlausnarefnið við breytingarnar sem stóðu yfir árin 1983-1987.¹⁷ Þegar hér er komið sögu í úthlutun þingsæta er vitað hvernig jöfnunarsætin eiga að skiptast á milli flokkanna og hve mörg jöfnunarsæti (eitt eða tvö samkvæmt núgildandi lögum) eiga heima í hverju kjördæmi. Jafnframt er það sjálfgefið markmið að jöfnunarsæti hvers kjördæmis séu eftir föngum í samræmi við atkvæðastyrk, séu sem sagt sem líkust því að vera framhald af úthlutun kjördæmissæta. Þetta markmið stangast einatt á við hinar gefnu forsendur um sæti hvers flokks og hvers kjördæmis.

Í grundvallaratriðum er útdeiling jöfnunarsæta viðfangsefni kosningalaga á öllum Norðurlöndunum, nema í Finnlandi þar sem ekki eru nein jöfnunarsæti. Fyrirkomulagið í Skandinavíu, en þó einkum Noregi, svipar mjög til þess sem er hér á landi.

Þetta viðfangsefni, tvívið úthlutun sæta þar sem fyrir liggja takmarkanir á tvenna vegu (summur sæta hvers kjördæmis og hvers flokks), hefur í vaxandi mæli verið til umræðu meðal fræðimanna síðustu áratugi. Brautryðjendur voru þeir Balinski og Demange (1989a og 1989b). Þeir stilla upp gæðakröfum sem sérhver útdeilingaraðferð jöfnunarsæta ætti að uppfylla. Með „aðferð“ er þá átt við heilsteypt fyrirmæli um hvernig úthluta skuli sætum til einstakra lista hvort sem kjördæmin eru eitt eða fleiri, flokkar margir eða fáir. Þessar eru gæðakröfurnar til sanngjarnrar úthlutunaraðferðar:

- *Grunnkröfur*. Nokkrar einfaldar, rökfræðilegar kröfur sem vart ættu að vera umdeilanlegar. Skulu þær því ekki tíundaðar hér.
- *Kjörfylgi og þingfylgi haldist í hendur*. Listi skal aldrei tapa sætum á því að auka fylgi sitt, að öllu öðru óbreyttu, og öfugt, minnki fylgið. Með öðrum orðum skal listi ekki fá færri sæti ef bætt er við fylgi hans og síðan úthlutað á ný. Og að sama skapi skal sætum lista aldrei fjölga lækki atkvæðatala hans.
- *Innra samræmi aðferðarinnar*. Úthlutunaraðferðin skal vera sjálfri sér samkvæm í eftirfarandi skilningi: Gerum ráð fyrir að fyrst sé öllum sætum úthlutað, en síðan fari fram endurúthlutun í nokkrum (e.t.v. öllum) kjördæmunum og hugsanlega séu þá ekki allir flokkarnir með í leik (e.t.v. þó allir). Atkvæði og sæti einstakra lista, sem endurúthlutunin snertir ekki, eru áður fjarlægð. Krafan til innra samræmis mælir fyrir um að þessi endurúthlutun breyti í engu hinni upphaflegu úthlutun, enda sé beitt sömu aðferð við endurúthlutunina og við þá upphaflegu.

Ætla verður að flestir séu því sammála að þessar kröfur séu edlilegar og að stefna beri að því að þær séu almennt uppfylltar í kosningakerfum. Að því gefnu að útteilingin skuli grundvallast á tiltekinni deilireglu (svo sem Sainte-Laguë eða d'Hondt) ná þeir Balinski og Demange að sanna að til er ein og aðeins ein aðferð til útteilingar sæta svo að tryggt sé að gæðakröfurnar séu ávallt uppfylltar. Þessi aðferð er þannig í þeim skilningi „best“ og verður hér eftir nefnd svo eða líka *gæðaaðferðin*. Allar aðrar aðferðir eru lakari að því leytnu að ekki er tryggt að fyrrgreind skilyrði séu ávallt uppfyllt.

Hængurinn á hinni gæðaaðferðina er sá að henni verður ekki beitt með nema með allflókinni útfærslu sem kallar á ítrun, þ.e. tilraunaúthlutun sem síðan er endurbætt með frekari tilraunum þar til besta lausnin er að lokum fundin. Unnt er að sanna stærðfræðilega að sérhver úthlutunaraðferð, sem ætíð tryggir að gæðalausnin finnist, verður óhjákvæmilega að fela í sér slíkar ítranir. Greinarhöfundur og sænskur félagi hans hafa þó bent á aðferð til að finna þessa bestu lausn með mjög hefðbundinni reikniáðferð, línulegri bestun (Helgason, Jörnsten 1994 og Helgason, Jörnsten, Migdals 1995). Útgangspunkturinn í þeirri aðferðafræði var raunar ekki sá að uppfylla einhverjar gæðakröfur heldur að túlka sanngjarna útteilingu sæta með vísun til lágmörkunar óreiðu (e. entropy) eins og tíðkast á mörgum sviðum, t.d. í tölfræði og edlisfræði. Þegar upp var staðið kom í ljós að um var að ræða aðferð sem uppfyllir gæðakröfur Balinskis og Demange.

Það má heita viðtekin grunnregla í kosningakerfum að öll úthlutun sæta verði að byggjast á *seilingu* (e. greedy method), þ.e. að sætum sé útdeilt einu á eftir öðru í fallandi röð tiltekens mælikvarða (t.d. atkvæða að baki sæti). Jafnframt að sæti, sem þegar hefur verið útdeilt, verði ekki kölluð til baka. Gæðaaðferðin getur aldrei verið af þessum toga. Að vísu er stærðfræðileg lýsing á aðferðinni næsta einföld: Leitað er að þeirri niðurröðun sæta (í okkar tilfalli einvörðungu jöfnunarsæta) sem gerir heildarmargfeldi atkvæða að baki hverjum manni sem hæst (enda sé d'Hondts-regla lögð til grundvallar). Hugsanlegt væri að lýsa ekki aðferðinni sjálfri í kosningalögum, heldur aðeins þessu markmiði um hámarks margfeldis. Þá yrði þingheimur að treysta því að það er aðeins til ein leið til að ná því markmiði. Athyglisvert er að þessi mjög svo stærðfræðilega gæðaaðferð hefur haslað sér völlu í Sviss, fyrst í kantonukosningum í Zürich (Pukelsheim og Schuhmacher 2004) og er nú til umræðu víðar í landinu.

Eins og vænta má af framangreindu verður ekki tryggt að úthlutun samkvæmt ákvæðum núgildandi kosningalaga uppfylli fyrrgreindar gæðakröfur. Til þess eru þau of einföld!¹⁸ Til fróðleiks er sýnt í 9. töflu hvernig og hvers vegna úthlutunin 2003 – skv. núgildandi lögum – vísar frá gæðalausninni. Kosningarnar 2003, fremur en þær síðari, eru teknar sem dæmi þar sem þá er frávik frá gæðalausninni minna en í öðrum á þessari öld og samanburður lausnanna því gegnsærri. Einungis fjórir listar koma hér við sögu, hjá

tveimur flokkum og í tveimur kjördæmum. Hjá öllum öðrum listum fellur raunúthlutunin saman við þá bestu. Vítaskuld getur frávik tveggja úthlutana aldrei orðið minna en svo að það snerti fjóra lista.

9. tafla. Samanburður á raunúthlutun 2003 við bestu úthlutun.

Úthlutun sæta (kjördæmis- og jöfnunarsæti)	Samkvæmt lögum		Gæðalausnin	
<i>Listabókstafir:</i>	B	S	B	S
Suðurkjördæmi	2	4	3	3
Reykjavíkurborg, norður	2	4	1	5
Atkvæði að baki síðasta sæti	Samkvæmt lögum		Gæðalausnin	
<i>Listabókstafir:</i>	B	S	B	S
Suðurkjördæmi	2.967	1.857	1.978	2.475
Reykjavíkurborg, norður	2.100	3.278	4.199	2.622
Margfeldi reitanna fjögurra	37.902.781.266.699		53.906.177.801.528	
Hlutfallsleg hækkun atkvæðamargfeldisins			42%	

Í efri hluta töflunnar er annars vegar sýnt í vinstri helmingi hennar hvernig sæti skiptust í raun á milli listanna fjögurra sem við sögu koma. Hægra megin er sätaskiptingin samkvæmt gæðaaðferðinni. Þá er sýnt hver voru atkvæði að baki síðasta kjörna manni við báðar útteilingarnar. Í kjölfarið koma risatölur sem eru margfeldi atkvæða að baki þessum síðustu mönnum. Í ljós kemur að margfeldið eykst um 42% við gæðalausnina. Það er sönnun þess – samkvæmt fyrrgreindri stærðfræði – að gæðaúthlutunin er betri.

Teljast óhjákvæmilegt að úthlutun sæta byggist á seilingu, en um leið að niðurstaðan verði sem líkust þeirri bestu, verður að leita nálgunarlausna. Um þetta viðfangsefni hefur lítið verið fjallað í fræðaheiminum. Svo vill þó til að viðfangsefnið er alþekkt í bestunarfræðum, enda af toga margra almennra útteilingar- og pörunarvandamála. Áður en tölvur urðu jafnöflugar og nú var einatt leitað að nálgunarlausnum í slíkum viðfangsefnum þar sem tölvur og reiknirit réðu ekki eða vart við að finna bestu lausnina sjálfa. Höfundur hefur leitað á þessi mið við leit að nálgunarlausnum á sætaútteilingu sem komist sem næst bestu lausninni en byggist samt á samfelldum skrefum fram á við, þ.e. seilingu. Hefur verið staldrað við eina nálgunaraðferð sem höfundur hefur kennt við *forskot*. Aðferðin hefur verið þróuð áfram og verður sú gerð hér nefnd *aðferð forskots á varamann*. Í báðum tilvikum er fyrirmynd sótt í gamla nálgunarlausn á svonefndu flutningavandamáli (e. transportation problem); sjá Reinfield og Vogel 1958, en aðferðin er venjulega kennd við þann síðarnefnda.

Kjarni forskotsaðferðar er eftirfarandi:

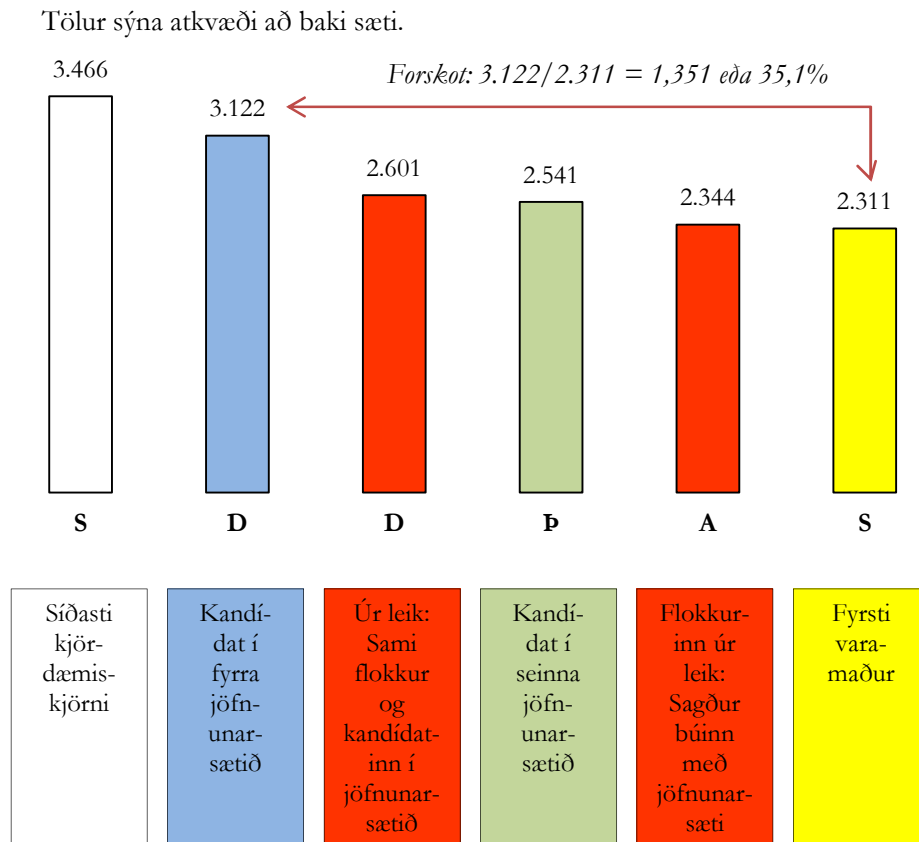
Forskot á varamann

1. Á hverju stigi úthlutunar jöfnunarsæta skal eftirfarandi liggja fyrir í hverju þeirra kjördæma sem ekki hefur enn fengið fulla tölu jöfnunarsæta:
 - a. Reiknuð skal atkvæðatala næstu kandiðata þeirra lista sem enn eiga rétt á jöfnunarsæti.
 - b. Innan hvers kjördæmis skal raða kandiðötunum í laus sæti í fallandi röð eftir atkvæðatölu þeirra allt þar til fundinn er fyrsti varamaður hvers kjördæmis, en þó með eftirfarandi fyrirvörum:
 - i. Hjá þeim lista sem á sterkasta kandiðatinn í laust jöfnunarsæti skal hlaupið yfir þá kandiðata listans sem á eftir kunna að koma.¹⁹
 - ii. Hlaupið skal yfir lista þegar flokkur hans á ekki lengur tilkall til jöfnunarsæta.
 - c. Reiknað skal hlutfall atkvæðatölu þess efsta í þessari ímynduðu úthlutun á móti atkvæðatölu fyrsta varamanns. Þetta hlutfall nefnist *forskot efsta manns á varamann*.
2. Sæti skal úthlutað til þess lista sem á þann efsta mann kjördæmis sem hefur hæst forskot á fyrsta varamann kjördæmisins.
3. Þessi skref skulu endurtekin þar til öllum jöfnunarsætum hefur verið úthlutað.

Hugsunin að baki aðferðinni er afar einföld. Reynt er að komast hjá „slysum“, þ.e. þeim að grípa þurfi til kandiðats í jöfnunarsæti með lítið fylgi. Hér er sjónarmiðið það sama og lagt er til grundvallar reglu d'Hondts, sbr. það sem fyrr segir um grundvallareiginleika hennar. Mælikvarðinn á slysalíkurnar er þetta umrædda forskot. Ef sá sem hefur mesta forskotið hlýtur ekki jöfnunarsæti er eins víst að síðar í úthlutunarferlinu verði fyrir valinu kandiðat, varamaðurinn, sem er mun lakari. Forskotið er mælt sem hlutfall en t.d. ekki sem atkvæðamunur. Fyrir því eru einkum tvenn rök. Annars vegar að þá skiptir mismunandi stærð kjördæma eða annað misvægi þeirra á milli engu máli og hins vegar það sem þegar hefur verið sagt, að í kosningastærðfræði allri hefur margfeldi og deiling visst fræðilegt forskot á samlagningu og frádrátt. Spyrja má hvort ekki mætti allt eins mæla forskot frambjóðenda innan hvers flokks eða jafnvel bæði innan kjördæma og flokka. Það væri í fullu samræmi við hliðstæðuna hjá Vogel. Reiknitilraunir benda þó til að ávinningur af því væri lítill en flækjustigið talsvert meira.²⁰

Á 2. mynd er sýnt hvernig umrætt forskot á varamann er reiknað í einu kjördæmanna samkvæmt úrslitum 2013. Kjördæmið og aðrar forsendur er valið þannig að það reyni á öll fyrrgreind afbrigði forskotsreglunnar.

2. mynd. Útreikningur á forskoti fyrra jöfnunarmannsins af tveimur á fyrsta varamann í Suðvesturkjördæmi 2013.



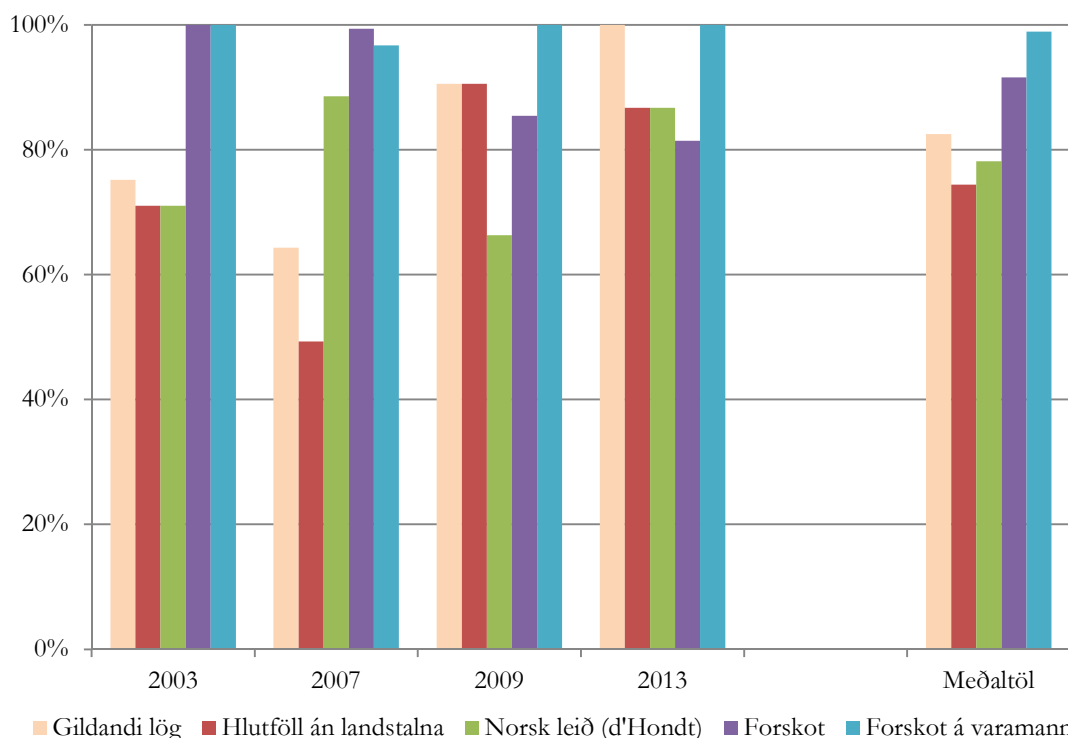
Frekari skýring á 2. mynd:

- Í kjördæminu eru ellefu kjördæmissæti og tvö jöfnunarsæti. Síðasti kjördæmiskjörni maðurinn er frá S-lista með 3.466 atkvæði að baki sér eins og sýnt er á myndinni. B-listinn á ekki rétt á jöfnunarsætum og kemur því ekki frekar við sögu. Að lokinni úthlutun kjördæmissæta er D-listinn með sterkasta kandídatinn í jöfnunarsæti. Atkvæði að baki honum eru 3.122.
- Næststerkasti jöfnunarkandídatinn er raunar líka hjá D-lista. En samkvæmt aðferðinni ber að láta mann af sama lista og þess efsta liggja á milli hluta, sbr. reglu 1-b-i. Kandídat í annað jöfnunarsætið er því sá af Þ-lista með 2.541 atkvæði.
- Nú er sterkasti kandídat í (fyrsta) varamannssæti sá frá A-lista, með 2.344 atkvæði. En í þessu dæmi er gert ráð fyrir að flokkur listans hafi, þegar hér er komið sögu, hlotið öll sín jöfnunarsæti. Því er einnig hlaupið yfir þennan kandídat, sbr. reglu 1-b-ii. Þar með er frambjóðandi S-listans – með 2.311 atkvæði – sá sem hér kemur til álita sem fyrsti varamaður.
- Sterkasti kandídatinn í kjördæminu hefur því forskot á varamanninn sem mælist sem hlutfallið $3.122/2.311 = 1,351$ sem má líka orða sem 35,1% forskot. Ef það er mesta forskotið á landinu er jöfnunarsæti nú úthlutað til D-listans í Suðvesturkjördæmi.

Á 3. mynd eru bornar saman ýmsar aðferðir við útdeilingu á jöfnunarsætunum. Auk nógildandi laga og forskotsaðferðanna beggja eru sýnd tvö tilbrigði við nógildandi lög. Í öðru þeirra er sleppt því ákvæði nógildandi laga að jöfnunarsætum skuli úthlutað í röð svokallaðra landstalna, en með þeim er mældur forgangur hvers flokks til sætanna.²¹ Þar með byggir úthlutunin í þessari gerð einvörðungu á hlutfallslegum styrk hvers lista innan síns kjördæmis. Í hinu tilbrigðinu, sem sýnt er á myndinni, er úthlutað í anda norskra kosningalaga sem tóku gildi haustið 2002, þ.e. tveimur árum síðar en þau íslensku.²² Þar eru heldur engar landstölur en jöfnunarsætum alfarið úthlutað á grundvelli styrks hvers einstaks lista (en að sjálfsögðu innan þess ramma hvað mörg sæti eiga að koma í hlut hvers kjördæmis, þ.e. fylkis, og til hvers flokks). Í norsku lögnum er styrkur listanna ekki mældur sem hlutfall af gildum atkvæðum í hverju kjördæmi, eins og í íslensku ákvæðunum, heldur sem sætishlutir en þeir fást með því að kvarða hlutföllin með tölu þeirra þingsæta sem úthluta skal. Til að gera samanburð við íslensku löginn raunhæfari er regla d'Hondts hér lögð til grundvallar en ekki regla Sainte-Laguës eins og er í norsku frumgerðinni.

Því má skjóta inn í að full ástæða væri til að taka upp þessa kvörðun að hætti Norðmanna. Þegar nógildandi íslensk kosningalög komu fyrst til framkvæmda með kosningunum 2003 höfðu kjördæmin (nánast) sömu tölu þingsæta. Undir þeim kringumstæðum skiptir kvörðunin ekki máli og því var hún ekki tekin upp í löginn. Aftur á móti hefur tilfærsla sæta milli kjördæma riðlað þessu. Þess má þó geta að kvörðunin væri óþörf yrði forskotsaðferðin notuð en segja má að kvörðunin sé þar innbyggð.

3. mynd. Nálgun ýmissa aðferða að bestu lausn.²³



Forskotsaðferðirnar báðar gefa greinilega betri niðurstöður en aðrar þær sem sýndar eru, þ.m.t. úthlutun samkvæmt nógildandi lögum. Hin endurbætta forskotsregla, *forskot á varamann*, hittir í mark í þrennum af þeim fenum kosningum sem prófaðar hafa verið, þ.e. þeim frá og með 2003. Undantekningin eru kosningarnar 2007 en þá er lausnin sem fást með forskoti á varamann engu að síður næsta jafn góð þeirri bestu eins og ráða má af hæð bláu súlunnar sem svarar til ársins 2007 á myndinni.

Hér á undan hefur verið farið yfir hugsanlegar betrubætur á úthlutun jöfnunarsæta. Þá er þegiandi og hljóðlaust gengið út frá því að sætum sé fyrirfram skipt upp í kjördæmis- og jöfnunarsæti. Hvort tala jöfnunarsæta er 9, eins og nú, eða einhver önnur tala, svo sem leyfða hámarkið 27, skiptir þó ekki máli. Aftur á móti er úthlutun jöfnunarsætanna hér hugsuð sem útfærsla á þeirri uppskiptingu sæta sem nefnd er aljöfnun hér framar. Yrði hin grunnleiðin fyrir valinu, lágmarksleiðin, má hæglega aðlaga forskotsaðferðina að henni.

Eins og fyrr segir er nálgunaraðferðum oft beitt í bestunarfræðum þegar besta lausnin er torfundin. Oftast er ástæðan sú að besta lausnin verður ekki fundin innan skynsamlegra tímamarka og það þótt beitt sé öflugum tölum. Í því tilfelli sem hér um ræðir, besta útteiling jöfnunarsæta, er ástæðan önnur, sem sagt sú að ekki þyki boðlegt að hafa lýsingu á þeirri bestunaraðferð í lagatexta. Nálgunaraðferðir eru einatt misgóðar og misflóknar. Að jafnaði eru þær því betri þeim mun flóknari sem þær eru. Með *forskot á fyrsta varamann* er farinn meðalvegur; flækjustiginu er stillt í hóf. Til þess að unnt sé að fullyrða að aðferðin sé góð nálgun á bestu lausninni þyrfti þó að gera ítarlegri reiknilitraunir en þær sem hér hefur verið lýst. Það verkefni er framundan.

Athugasemdir

16. Bindingu jöfnunarsæta er stundum kennt um það að sæti hrökkvi til og frá við talningu á kosninganótt. Þau gerðu það líka áður þegar þau voru lausbundnari, en því var ekki veitt athygli þar sem allir útreikningar á jöfnunarsætum voru látnir bíða lokatalna áður fyrr; fyrir daga tölva og sjónvarps.
17. Byggt á Morgunblaðsgrein höfundar (Þorkell Helgason 1987) en einnig á athugasemdum með frumvarpinu að stjórnarskrárbreytingunni 1984; sjá Alþingistíðindi 1982-83, 105. löggjafarþing. A: 2329. Jafnframt vísast til 6. aftanmálgreinar.
18. Dæmi um að kosningalögin gangi á svig við grunnkröfurnar um innra samræmi, svo og þá um að kjörfylgi og þingfylgi haldist í hendur, er aftur að finna í 11. undirkafla á greiningu á kosningunum 2003, sjá Þorkell Helgason 2013.
19. Fá listinn ekki sinn sterkasta mann kjörinn, vegna þess að listinn er orðinn uppiskroppa með jöfnunarsæti þegar kjördæmið á næst leik, fær listinn heldur engan lakari kandiðat kjörinn.
20. Í 17. undirkafla í fyrrgreindri greiningu á kosningunum 2003 er því nánar lýst á hvaða fræðilega grundvelli forskotsaðferðin byggir; sjá þar einkum 28. neðanmálgrein.
21. Sjá 2. og 3. mgr. 108 gr. laga um kosningar til Alþingis, nr. 24/2000. Vefútgáfa Lagasafns, slóð <http://www.althingi.is/lagas/nuna/2000024.html>.
22. Sjá § 10-9 í Lov om valg til Stortinget, fylkesting og kommunestyre (valgloven), lov 2002-06-28-57. Vefslóð http://lovdata.no/dokument/NL/lov/2002-06-28-57#KAPITTEL_11.
23. Frávikið er mælt sem hlutfallið milli logra (lógaritma) heildarmargfeldis atkvæða að baki sæta í viðkomandi aðferð á móti sama logra margfeldis í bestu lausn. Ekki má leggja of mikið upp úr talnagildum þessa mælikvarða, heldur er það samanburðurinn sem skiptir máli.

Vefslóðir voru síðast sóttar 14. október 2014.

Heimildir

Alþingistíðindi. Reykjavík. Skrifstofa Alþingis.

- Balinski, M. L. og Demange, G. 1989a. „An axiomatic approach to proportionality between matrices.“ *Mathematics of Operations Research*, 14 (1989) 700-719.
- Balinski, M. L. og Demange, G. 1989b. „Algorithms for proportional matrices in reals and integers“ *Mathematical Programming*, 45 (1989) 193-210.
- Pukelsheim, F., Schuhmacher, Ch. 2004. „Das neue Zürcher Zuteilungsverfahren für Parlamentswahlen“ *Aktuelle Juristische Praxis – Pratique Juridique Actuelle*, 5 (2004) 505-522.
- Pukelsheim, Friedrich 2014. *Proportional Representation Apportionment Methods and Their Applications*. Cham: Springer.
- Reinfeld, N.V., Vogel, W.R. 1958. *Mathematical Programming*, 59–70. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Þorkell Helgason 1987. „Ný kosningalög. Réttarbót, en með annmörkum“, *Morgunblaðið*, 7. mars 1987. Vefslóð http://timarit.is/view_page_init.jsp?issId=121081&pageId=1651148&lang=is&q=%DEorkell%20Helgason.
- (Þorkell) Helgason, Jörnsten, Kurt 1994. „Entropy of Proportional Matrix Apportionments“, *Norges Handelshøyskole*, working paper 4/94 (1994).
- (Þorkell) Helgason, Jörnsten, K, Migdalas, A. 1995. „Maxmin formulation of the apportionments of seats to a parliament“, in *Minimax and Applications*, Du, D and Pardalos, P.M. eds 1995, pp 371-401 Dorceht: Kluwer Academic Publishers.
- Þorkell Helgason 2013. „Greining á úthlutun þingsæta eftir alþingiskosningarnar ...“. Skýrslur á vegum landskjörstjórnar um þingkosningarnar 2003, 2007, 2009 og 2013. Vefslóðir <http://www.landskjoer.is/media/frettir/Greining2003endurbaett2013.pdf>, <http://www.landskjoer.is/media/frettir/Greining2009endurbaett2013.pdf> og <http://www.landskjoer.is/media/frettir/Greining2013nov.pdf>.
- Þorkell Helgason 2015a. „Umbætur á kosningakerfinu: Yfirlit“. Vefslóð <http://thorkellhelgason.is/?p=2086>.