

Anwendung eines Wahlsystemsimmersulators zur Analyse von Ideen zur Verkleinerung des Bundestages – Vorläufige Ergebnisse –

Thorkell Helgason¹, Kristjan Jonasson², und Lilja Steinunn Jonsdottir³

Kurzfassung

Eine Gruppe von Forschern an der Universität von Island hat eine Simulations-Software entwickelt, einen *Wahlsimulator*, mit dem verschiedene Wahlsysteme, existierende oder konstruierte, getestet werden können, um die Qualität solcher Systeme, insbesondere für Parlamentswahlen, zu prüfen.

Da eine Reform des Bundestagswahlrechts bevorsteht, hat die Gruppe sich in diesem Sommer mit solchen Wahlsystemen befasst, also mit Systemen bestehend aus Wahlkreisen zusammen mit Landeslisten. Zuerst wurde die Arbeit auf ein einzelnes Bundesland fokussiert. Dafür wurde der Freistaat Bayern ausgewählt. Die Bundestagswahl 2021 wurde als Ausgangspunkt von 10.000 simulierten Wahlergebnissen verwendet, mit einem Variationskoeffizient von 30% für die Erststimmen und 10% für die Zweitstimmen.

Einige Wahlsysteme wurden getestet, insbesondere diejenigen, die den jetzigen Überhang abschaffen und gleichzeitig so weit wie möglich die Forderung nach vollem Proporz zwischen den Parteien aufgrund der Zweitstimmen respektieren. Vier Systeme wurden ausgewählt, die es gemeinsam haben, dass kein Überhang entsteht, wobei auch die Sollzahl der Bundestagsmandate von 598 respektiert wird. Eines davon ist das *Grabensystem*, mit dem der Proporz nicht erreicht werden kann. Weiterhin wird ein System, welches auf dem Prinzip der Wahlsysteme in *Skandinavien* aufbaut, präsentiert. Es behält die Mehrheitswahl in den Kreisen bei so wie das *Grabensystem*, aber behandelt die Landeslisten anders, womit die Missachtung des Proporztes verringert wird. Als drittes wurde das System, das in den *Eckpunkten* der Kommission vorliegt, getestet. Voller Proporz wird erreicht, allerdings mit unvermeidlichen Abweichungen von der Mehrheitswahl. Das vierte geprüfte System ist eine Variante von dem Eckpunktesystem, hier *Vorsprungssystem* genannt, mit dem die Verzerrungen in den Wahlkreisen abgemildert werden.

Als weitere Arbeit wäre wichtig, auch Daten von anderen Bundesländern zu wählen oder neutrale Beispiele von fiktiven Ländern. Auch wäre es notwendig, alle Bundesländer zusammen zu behandeln. Die Gruppe hat bereits Ideen darüber, wie das umgesetzt werden kann. Interessant wäre auch, die Idee in den *Eckpunkten* über Ersatzstimmen in den Wahlsimulator mit aufzunehmen. Die Gruppe ist zu weiterer Arbeit bereit, auch als Zusammenarbeit mit den Experten der Kommission.

I Einleitung

Seit einigen Jahren arbeitet eine Gruppe von Forschern an der Universität von Island an der Entwicklung eines sogenannten Wahlsystemsimmersulators, kurz *Wahlsimulator* (englisch „Election Simulator“).

¹ Prof. Emeritus Universität von Island, früherer Staatssekretär und Berater des isländischen Parlaments in Wahl-systemfragen.

² Professor für Mathematik an der Universität von Island.

³ Master-Studentin an der ETH in Zürich.

Die Aufgabe dieser Software ist, verschiedene Wahlsysteme für Parlamentswahlen prüfen zu können. Obwohl der Fokus ursprünglich auf die Wahlsysteme in den skandinavischen Ländern gerichtet war, ist sie auch anwendbar auf ein System wie das zur Wahl des Bundestages.

Der Simulator ist nicht ein Prognoseinstrument zur Vorhersage des möglichen Ausgangs künftiger Wahlen, sondern ein Instrument, um die Qualität eines Wahlsystems messen zu können; wobei mehrere Merkmale ausgerechnet werden, die es möglich machen die Systeme miteinander zu vergleichen, wissend dass kein Wahlsystem vollkommen ist.⁴

Als Grundlage der Bewertungen generiert der Simulator tausende – oder so viele wie gewünscht – randomisierte Wahlresultate mit gegebenem Mittelwert und einem gewählten Variationskoeffizienten einer Wahrscheinlichkeitsverteilung (wie Gamma-, Beta- oder Gleichverteilung). Als Ausgangspunkt muss ein Wahlresultat eingegeben werden als Erwartungswert, um den herum die simulierten Wahlergebnisse erzeugt werden. Dieses kann ein historisches Wahlresultat, der Mittelwert von einigen solchen oder ein ganz fiktives Resultat sein.

Warum simulierte Wahlergebnisse und nicht nur eine Zeitreihe von historischen Ergebnissen? Die Antwort ist zum einen, dass die letzteren nicht zahlreich genug sind, um daraus statistisch signifikante Qualitätsmerkmale zu erreichen. Zum anderen aber ist es rein politisch nicht hilfreich, zu sehr auf frühere Ergebnisse zu fokussieren. Vergleiche zwischen solchen Qualitätsmerkmalen verschiedener Wahlsysteme auf der Grundlage derselben Wahlergebnisse – historischen oder simulierten – müssen mit Vorbehalt bewertet werden, weil die Wähler und die Parteien sich in gewisser Weise an jedes Wahlsystem anpassen.

Der Simulator bietet eine weite Palette von Wahlsystemen an – nicht nur sämtliche gängigen Verteilungsregeln, wie die von D'Hondt und Sainte-Laguë, sondern auch und insbesondere verschiedene Methoden zur Verteilung von Ausgleichsmandaten mit dem Zweck, Überhang zu vermeiden und gleichzeitig möglichst proportionale Sitzverteilung zu erreichen. Referenz und Grundlage ist die optimale Methode von Balinski-Demange⁵, die auch *Entropie-Optimierungsmethode* genannt werden kann. Diese Methode basiert – im Fall der Kreismandate – darauf, dass man die Kandidaten auswählt, deren Produkt ihrer Stimmen so groß wie möglich ist; oder die Summe der Logarithmen der Stimmen.⁶ Es dreht sich hier um die Methode, deren Lösung mit dem *Algorithmus der alternierenden Skalierung* von Pukelsheim und seinen Mitarbeitern zu finden ist.⁷ Diese Methode ist bekanntlich die einzige, die gewisse selbstverständliche Qualitätseigenschaften hat: z.B. kann negatives Stimmrecht nicht entstehen oder unerwünschter Einfluss von „Drittparteien“ wird ausgeschlossen („Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen“). Weil diese Methode allerdings recht kompliziert in der Anwendung ist, sind im Simulator verschiedene andere, einfachere Methoden programmiert, die alle als Annäherungen der oben genannten

⁴ Das Simulationsmodell von Behnke von 2009 ist mit dem hier vorgestellten zu vergleichen (Behnke, Joachim: Überhangmandate bei der Bundestagswahl 2009. Eine Schätzung mit Simulationen. In: Zeitschrift für Parlamentsfragen, 2009 (40, 2): 620 – 636). Bei Behnke richtet sich der Fokus auf die Vorhersage des Überhangs in den zu der Zeit anstehenden Bundestagswahlen mit dem Fazit, dass die „Reform des Wahlrechts dringend geboten“ ist.

⁵ Michel Louis Balinski / Gabrielle Demange: „An axiomatic approach to proportionality between matrices.“ *Mathematics of Operations Research* 14 (1989) 700-719.

Michel Louis Balinski / Gabrielle Demange: „Algorithms for proportional matrices in reals and integers.“ *Mathematical Programming* 45 (1989) 193-210.

⁶ Thorkell Helgason / Kurt Jörnsten: „Entropy of proportional matrix apportionments.“ Norwegian School of Economics and Business Administration, Institute of Finance and Management Science, Working Paper 4/94. Bergen-Sandviken, 1994.

⁷ Siehe z.B. Friedrich Pukelsheim: „Proportional Representation“, Second Edition, Chapters 14-15, Springer, 2017.

optimalen Methode gesehen werden können, u.a. die Methode, die im Punkt 5b in den *Eckpunkten* der Kommission erwähnt wird.⁸

Der Simulator wurde verwendet, um die vorliegenden – und ein paar weitere – Ideen zur Reform der Wahl des Bundestages zu prüfen. Das Folgende berichtet von den vorläufigen Ergebnissen.

Der Simulator erlaubt noch nicht die Einführung von Erstpräferenzen, wie in Punkt 5a in den *Eckpunkten* vorgeschlagen wird. Diese könnten aber relativ leicht hinzugefügt werden. Das Problem ist allerdings die Datengrundlage. Im Folgenden ist daher diese interessante Nuance nicht berücksichtigt. Außerdem ist der Simulator noch nicht an Bundesstaaten im Allgemeinen angepasst. Deshalb beziehen wir uns auf einzelne Bundesländer. In diesem vorläufigen Bericht wird Bayern ausgewählt, als das „Hauptland“ der Überhangmandate. Jedes andere Bundesland kann auf dieselbe Weise simuliert werden. Außerdem wäre es interessant, ein „durchschnittliches“ Bundesland als Grundmodell zu konstruieren, um einen gewissen Abstand von den Einzelfällen zu bekommen.

Es soll betont werden, dass in dieser Studie auf mathematisch-statistische Aspekte der Wahlsysteme fokussiert ist. Deshalb wird u.a. nicht Stellung auf die Verfassungskonformität der präsentierten Wahlsysteme genommen. Dasselbe gilt bzgl. politischer Konsequenzen oder Reaktionen der Wähler. Beide passen sich gewisser Weise an jedes Wahlsystem an.

Im Folgenden wird oft auf die Ergebnisse der Bundestagswahl 2021 hingewiesen. Sämtliche Daten dazu wurden der betreffenden Publikation des Bundeswahlleiters entnommen, auf die im Folgenden unter „BWL“ hingewiesen wird.⁹ Namen, Abkürzungen und Reihenfolge der Länder, der Wahlkreise und der Parteien werden dieser Publikation entnommen.¹⁰

II Oberverteilung von Mandaten auf Bundesebene

Als Vorstufe der Verteilung der Mandate auf Kreiskandidaten und auf Landeslisten muss vorliegen, wie die Sitzkontingente der Länder und der Parteien gefunden werden, vor allem in welcher Reihenfolge und ebenso, ob Länder oder Parteien den Vorrang haben oder aber nicht.

Für diese Oberverteilung scheint es drei Möglichkeiten zu geben:

- **PL: Verteilung der Mandate nach Parteien und innerhalb derer nach Ländern.** Zuerst werden die Mandate unter den Parteien nach den bundesweiten Zweitstimmen verteilt, sofern diese die 5%-Hürde überschreiten (mit Ausnahme des Südschleswigscher Wählerverbandes, SSW). Dann folgt innerhalb jeder Partei die Unterverteilung auf die Länder, wieder nach deren Zweitstimmen. Diese Reihenfolge wird in den *Eckpunkten* bevorzugt, s. Punkt 3. Sie hat den Nachteil, dass die Anzahl der Mandate jedes Landes von dem bundesweiten Ausgang der Wahlen abhängt und von Wahl zu Wahl – in unserem Fall von Simulation zu Simulation – variieren kann.
- **LP: Verteilung der Mandate nach Ländern und innerhalb derer nach Parteien.** Hier ist die Reihenfolge umgekehrt: Zuerst werden die Mandate entsprechend den Bevölkerungszahlen

⁸ Zwischenbericht der Kommission zur Reform des Wahlrechts und zur Modernisierung der Parlamentsarbeit – Eckpunkte.

<https://www.bundestag.de/resource/blob/903330/498c43d8485fc6bf2511dc54d232d77e/K-Drs-029-Eckpunkte-zum-Zwischenbericht-data.pdf>

⁹ Der Bundeswahlleiter: Wahl zum 20. Deutschen Bundestag am 26. September 2021, Heft 3, Endgültige Ergebnisse nach Wahlkreisen.

https://www.bundeswahlleiter.de/dam/jcr/cbceef6c-19ec-437b-a894-3611be8ae886/btw21_heft3.pdf

¹⁰ Die Reihenfolge der Parteien entspricht beim BWL den Gesamtzahlen der bundesweiten Zweitstimmen in den Wahlen 2017. Aus rein typographischen Gründen verkürzen wir die Bezeichnung DIE LINKE auf „Linke“ und GRÜNE auf „Grüne“.

unter den Ländern verteilt, was für die Bundestagswahl 2021 der Tabelle in Kapitel 6.1.1 im BWL entspricht.¹¹ Mit dieser Reihenfolge sind die „Leidenden“: Deren Gesamtzahl an Mandaten entspricht nicht immer genau dem bundesweiten Ergebnis der Wahl. Trotzdem wird in der vorliegenden Studie praktisch von dieser Reihenfolge ausgegangen, weil die Simulationen sich auf einzelne Länder beziehen.

- **BP: Biproportionale Verteilung der Mandate nach Ländern und Parteien.** Hier wird die Verteilung der Mandate auf die einzelnen Landeslisten der Parteien als ein bidimensionales Problem betrachtet. Es ist vorgeschrieben, dass sowohl die Länder ihre Mandate bekommen wie in der Verteilung LP als auch die Parteien wie in PL. In Tabelle 1 wird der Ausgang gezeigt, der mit der *Entropie-Optimierungsmethode* erzielt wird. Natürlich können andere und einfachere Methoden verwendet werden. Dann aber wäre die Ausgewogenheit zwischen den Ländern einerseits und den Parteien andererseits nicht garantiert. Doch wären in allen Fällen die Summenbedingungen respektiert.

Der Ausgang aller drei Verteilungen in Falle der Bundestagswahl 2021 ist in Tabelle 1 nachzulesen. Die Verteilungsmethode BP ist dort als Referenz verwendet. Abweichungen der zwei anderen Verteilungsmethoden davon sind mit Farbcode gezeigt.

III Voraussetzungen, Vereinfachungen und Definitionen

Um den Wahlsimulator im Hinblick auf die bundesdeutsche Wahlrechtsreform verwenden zu können, wird Folgendes angenommen – teilweise in Anbetracht der politischen Diskussion in und rund um die Kommission und die Leitlinien in den *Eckpunkten*, aber auch aus rein technischen Gründen:

- Die Gesamtzahl der Mandate wird festgelegt und darf nicht vom Wahlergebnis abhängig sein, wie es jetzt der Fall ist. D.h. „Überhangmandate“ sollen abgeschafft werden. Die feste Zahl 598 wird angenommen.
- Vor der Wahl liegt die Anzahl der Mandate einzelner Länder vor (93 in Bayern), außerdem die Einteilung dieser Sitze in den Einmannkreisen (46 in Bayern) und auf den Landeslisten (47 in Bayern).
- Aus dem betreffenden Bundesergebnis 2021 ist ersichtlich, welche Parteien über der bundesweiten 5%-Hürde liegen. Diese sind CDU, SPD, AfD, FDP, Linke, Grüne und CSU. Zur Vereinfachung werden andere Parteien oder Einzelkandidaten nicht berücksichtigt.
- Ein Zweistimmensystem wird angenommen, d.h. jeder Wähler hat eine Erst- und eine Zweitstimme. Die Zweitstimmen im betr. Land sind in dieser Studie die Grundlage für die Gesamtverteilung sämtlicher Sitze des Landes an die Parteien. Diese angezielte Anzahl der Mandate jeder der Parteien wird im Folgenden das *Sitzkontingent* der Partei genannt.^{12 13}

¹¹ Wenn die Ausgleichsmandate dazukommen, wird die Reihenfolge umgekehrt, sodass das Endergebnis im Stil von Reihenfolge PL ist.

¹² Der Wahlsimulator bietet weitere Möglichkeiten an: a) Die Summe der Erststimmen (wie in Landtagswahlen in Baden-Württemberg und Saarland). b) Summe oder Mittelwert der Summe der Erststimmen und der Zweitstimmen (Landtagswahlen Bayern).

¹³ Hier ist auch eine Abweichung von den *Eckpunkten*. In Punkt 3 wird vorgeschlagen, dass „zunächst auf Bundesebene die Sitzzahl der Parteien festgestellt [wird] (sog. Oberverteilung). [...] Die so ermittelte Sitzzahl einer Partei wird sodann im Verhältnis nach den von ihr in den Ländern erzielten Zweitstimmen auf die Landeslisten der Partei verteilt (sog. Unterverteilung).“ Wie schon gesagt, ist der Wahlsimulator noch an nicht in diesem Sinne gekoppelte Bundesstaaten angepasst; daher diese Abweichung, die doch nicht zu dem Zweck der Studie im Ganzen – Qualitätstest von Wahlsystemen – im Widerspruch steht.

- Wird bei einer Verteilungsmethode die Anzahl der Sitzkontingent-Mandate überschritten, sprechen wir in diesem Zusammenhang – wie sonst üblich – von einem *Überhang*, *Überhangmandaten* und *Überhang-Parteien*.
- Immer wenn es sich um Sitz- oder Mandatsverteilungen handelt, wird ausschließlich die Regel von Sainte-Laguë/Schepers verwendet. Darüber scheint recht breite Einigkeit in der deutschen Politik zu bestehen. Wie schon erwähnt, könnte auch jede andere der gängigen Verteilungsregeln eingesetzt werden.

Zwei Begriffe in unserer Anwendung müssen präzisiert werden:

- Wir werden von *direkten* Mandaten oder Sitzen sprechen, wenn deren Verteilung nur und allein von dem Wahlergebnis in dem bezüglichen Wahlkreis abhängt; also in keiner Weise von den Ergebnissen in anderen Wahlkreisen – im Falle der Einmannkreise nicht von den Zweitstimmen.
- Dagegen nennen wir Sitze oder Mandate, die nicht unabhängig sind im obigen Sinne, *Kompensationsmandate*. Diese werden dafür verwendet, die Disproportionalität – verursacht durch die direkten Sitze – auszugleichen. Die Listenmandate sind im Allgemeinen Kompensationsmandate; nicht zuletzt, wenn Ausgleichssitze dazukommen wie im jetzigen Wahlsystem.

IV **Untersuchte Wahlsysteme für die Wahlen zum Bundestag**

In der hier vorliegenden Studie zur Reform des Wahlrechts sind folgende drei Grundsysteme untersucht worden, und zwar unter den Voraussetzungen in Kapitel III.

- A. Grabensystem:** Die Kreismandate werden, wie jetzt, nur aufgrund der jeweiligen Erststimmen an den Kandidaten mit den meisten Stimmen vergeben. Unabhängig davon sind die Listenmandate auf der Basis der Zweitstimmen verteilt. Die Gesamtzahl der Mandate ist einfach die Summe derer aus den Kreisen und der Landesmandate bei jeder Partei.
- B. Skandinavisches System:** Die Zweitstimmen sind hier nicht bedingungslos die Grundlage der Verteilung der Mandate an die Parteien. Die Kreismandate werden, wie im *Grabensystem*, aufgrund der Erststimmen vergeben. Die Listenmandate basieren auf den Zweitstimmen, aber nach Vergabe der Gesamtzahl der Kreismandate. Dies kann so beschrieben werden, dass die Sitzkontingente, die aus den Zweitstimmen entstehen, reduziert werden, um Überhang zu vermeiden. Dies geht auf Kosten vollkommener Proportionalität. Dieses Prinzip wird in den skandinavischen Ländern verwendet (auch in Island, nicht aber in Finnland, wo alle Mandate direkte Kreismandate sind).^{14 15}

¹⁴ In diesen nordischen Ländern (außer Finnland) sind die Kompensationsmandate nicht auf Landeslisten, sondern verknüpft mit den Wahlkreisen. Außerdem gibt es keine Zweitstimmen; die Summe der Kreisstimmen spielt deren Rolle, so wie in Baden-Württemberg und Saarland.

¹⁵ Diese Variante, die hier *Skandinavisch* genannt wird, könnte auch als *MMP*-Wahlsystem („Mixed Member Proportional“) gekennzeichnet werden. Laut dem Handbuch von IDEA, „Electoral System Design: The New International IDEA Handbook“ von 2005, deckt sich deren Definition sehr gut mit unserer; siehe diesen Abschnitt:

Mixed Member Proportional (MMP) – A *mixed system* in which all the voters use the first *electoral system*, usually a *plurality/majority system*, to elect some of the representatives to an elected body. The remaining seats are then allocated to parties and groupings using the second *electoral system*, normally *List PR*, so as to compensate for disproportionality in their representation in the results from the first *electoral system*.

Weil aber die Definition von *MMP* in der Literatur sehr unterschiedlich ist, wird die Kennzeichnung *Skandinavisch* beibehalten.

C. Ampelsysteme: Die Zweitstimmen sind hier die Grundlage für die übergeordnete Verteilung der Gesamtmandate an die Parteien, d.h. der Sitzkontingente. Die Kreismandate werden alle als Kompensationsmandate betrachtet, zu dem Zweck, dass deren Gesamtanzahl bei jeder Partei das Sitzkontingent der Partei nicht überschreitet.

In den *Eckpunkten* wird Hauptgewicht auf diesen Weg gelegt; darum erlauben wir uns vom „Ampelsystem“ zu sprechen. Hier gibt es aber mehr als eine Ausführung und da kommt der Wahlsimulator ins Spiel. Er bietet etwa zehn Varianten an, wie die Kompensationsmandate im Allgemeinen ausgeteilt werden können. Im Falle von Einmannwahlkreisen reduziert es sich auf vier Möglichkeiten, wovon wir hier drei als relevant präsentieren:

- a. **Eckvariante** nennen wir die in *Eckpunkten* 4 und 5b beschriebene Ausführung; jetzt jedoch etwas anders beschrieben: Die Kreismandate werden nach der Größe der prozentualen Stimmzahlen von oben nach unten vergeben, jedoch innerhalb der Obergrenzen bestimmt durch die Zweitstimmen, d.h. eine Partei kommt nicht länger infrage, nachdem ihr Sitzkontingent-Vorrat erschöpft ist.^{16 17}
- b. **Relativer Vorsprung.** In jedem Kreis wird das Verhältnis zwischen den Stimmen des stimmreichsten Kandidaten und demjenigen mit den zweitmeisten Stimmen ausgerechnet. Aufgrund dieses Merkmales werden die Kreismandate ausgeteilt wie in der *Eckvariante*, d.h. nach der Höhe dieser Verhältniszahlen, innerhalb der Obergrenzen, die durch die Sitzkontingente gegeben sind.¹⁸
- c. **Optimale Lösung.** Die Verteilung der Kreismandate entstammt der früher genannten *Entropie-Optimierung*. Weil jetzt alle Kreise Einmannwahlkreise sind, lässt sich diese Lösung so beschreiben, dass das Produkt der Stimmen der gewählten Kandidaten am höchsten sein soll. Diese Optimale Lösung ist kaum zu empfehlen, weil sie recht undurchsichtig ist. Sie ist aber die Einzige, die gewisse Qualitätsmerkmale garantiert. Darum dient sie als eine Referenz-Lösung. Leider ist es aber in der Zeit, die uns zur Verfügung gestanden hat, nicht gelungen, diese Variante zu Ende zu bringen.

Die Ziele aller drei Varianten der *Ampelsysteme* sind klar im Text von Behnke formuliert:¹⁹

1. „Der Proporz zwischen den Parteien wird strikt eingehalten.“
2. „Das Personalwahlelement ist so zu gestalten, dass es in keinerlei Konflikt zum Verhältniswahlcharakter des Wahlsystems geraten kann.“
3. „Die Regelgröße des Bundestags von 598 Sitzen wird exakt eingehalten.“

In allen drei Varianten sind die Listenmandate einfach Differenzen, d.h. für jede Partei das Sitzkontingent mit Abzug der Gesamtzahl der von ihr errungenen Kreismandate.

¹⁶ Die Beschreibung ist in den vorliegenden *Eckpunkten* nicht ganz zu Ende geführt. Darum muss hier ein wenig interpretiert werden.

¹⁷ Um Überhang zu vermeiden, wird diese Variante seit einer Gesetzesänderung im Jahr 2014 in den Wahlen zum schwedischen *Riksdag* verwendet. Siehe https://www.lagboken.se/Lagboken/start/forvaltningsratt/vallag-2005837/d_2229861-sfs-2014_1384-lag-om-andring-i-vallagen-2005_837. Die Formulierung im schwedischen Gesetz ist fast identisch mit derjenigen in den *Eckpunkten* 4 und 5b.

¹⁸ Im Wahlsimulator gibt es mehrere Ausgaben dieser Methode, die doch im Falle von Einmannwahlkreisen zu demselben Resultat führen.

¹⁹ Joachim Behnke: „Stellungnahme zur Vergrößerung des Bundestags, zur Sitzung am 2. Juni der Kommission zur Reform des Wahlrechts und zur Modernisierung der Parlamentsarbeit“, Dokument der Kommission, K-Drs-017-Prof-Dr-Behnke-Stellungnahme-Verkleinerung-Bundestag-II-data.

Die *Eckvariante* ist die einfachste der drei. Gemeinsam mit allen in der Optimierungslehre genannten „greedy“ Methoden hat sie den Nachteil, dass es zu Engpässen kommen kann und die letzten Mandate aufgrund recht kleiner Stimmenanteile vergeben werden müssen.

Die Methode des *Relativen Vorsprungs* ist entwickelt worden, um gerade solche Engpässe zu vermeiden: Der Kandidat, der den größten relativen Vorsprung auf seinen Nachfolger hat, bekommt Vorrang. Damit soll vermieden werden, dass man später im Prozess in diesem Kreis auf den Nachfolger zugreifen muss, weil die Partei des jetzt Besten kein Mandat mehr verfügbar hat. Die Methode ist sozusagen eine „Unfall-Vermeidungs-Methode“!²⁰ Rechnerische Experimente zeigen, dass diese Methode sehr oft dieselbe Lösung gibt wie die *Optimale*. Wenn es sich nur um Einmannwahlkreise handelt und gegeben, dass es nur zwei Parteien gibt, dann ergibt die Methode des *Relativen Vorsprungs* dieselbe Mandatverteilung wie die *Optimale Methode*.

Die *Eckvariante* und die Methode des *Relativen Vorsprungs* sind hier auf „konstruktive“ Weise beschrieben, d.h. die Kreismandate werden in gewisser Reihenfolge nach vorgeschriebenen Merkmalen verteilt: In der ersten Variante nach der Höhe der Stimmenanteile, in der zweiten nach dem relativen Vorsprung des Kandidaten mit den meisten Stimmen im Verhältnis zu demjenigen mit den zweitmeisten. Die Reihenfolge dieser zwei Methoden ist ersichtlich in Tabelle 3 für die Bundestagswahl 2021 in Bayern.

Beide Methoden können auch als „korrigierende“ Methoden beschrieben werden: Zuerst werden die Kreismandate bedingungslos an den jeweils stimmenreichsten Kandidaten vergeben (wie es jetzt der Fall ist) und danach werden Überhänge abgeschafft, indem die Überhangmandate an andere Kandidaten vergeben werden: Sitze werden gewechselt, zuerst wo das betreffende Merkmal am kleinsten ist, usw. Die „korrigierende“, gleichwertige Version des *Relativen Vorsprungs* ist in Tabelle 4 zu sehen.²¹

Die *Eckvariante* und die Methode des *Relativen Vorsprungs* sind beide frei von „negativem Stimmrecht“, aber leiden beide unter möglichem „Drittparteien-Einfluss“. Es ist doch zu erwarten, dass die Methode des *Relativen Vorsprungs* dafür weniger anfällig ist. Dies muss aber näher untersucht werden.

Alle drei Systeme, A, B und C, halten sich strikt an die Vorlage, dass keine Überhangmandate erzeugt werden und darum auch keine Ausgleichsmandate notwendig sind. Bei den herkömmlichen Systemen ist dies nicht der Fall. Trotzdem ist es interessant, solche (vereinfachte) Systeme als Vergleich zu haben:

- D. Überhangsystem:** Auf der Grundlage der Zweitstimmen wird die übergeordnete Verteilung der Gesamtmandate an die Parteien vorgenommen, d.h. die Sitzkontingente werden bestimmt. Unabhängig davon werden die Kreismandate nur auf der Grundlage der Erststimmen vergeben, wie jetzt. Das Endergebnis ist bei jeder Partei das Maximum der Summe der Kreismandate und der Sitzkontingent-Mandate. Die Listenmandate sind Differenzen wie in den meisten anderen Systemen.
- E. Ausgleichssystem:** Zuerst wie beim Überhangsystem. Wenn nun Überhangmandate entstehen, d.h. mehr Mandate vergeben werden als die ursprünglich geplanten 598, wird die Anzahl der

²⁰ Die Idee folgt der sogenannten *Vogels-Approximation* zur Lösung des *Transport-Problems*. Siehe Reinfeld, N.V., Vogel, W.R. 1958. *Mathematical Programming*, 59–70. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

²¹ Dass die „konstruktive“ und die „korrigierende“ Version dieser beiden Methoden äquivalent sind, gilt für Einmannwahlkreise, nicht aber im Allgemeinen, wenn jeder der Kreise mehrere Mandate hat. Wenn es zu Erstpräferenzen kommt, ist in vieler Hinsicht die korrigierende Version logischer; auch in Bezug auf die *Eckvariante*.

Gesamtsitze des Landes (und dann als Listenmandate) erhöht, bis die Überhangmandate verschwinden.²²

Der Wahlsimulator ist noch nicht für die Systeme D und E geeignet. Diese Systeme werden darum nicht weiter behandelt.

V Erklärendes Beispiel

Die Systeme, die in Kapitel IV eingeführt worden sind, können mit einem einfachen Beispiel illustriert und verglichen werden. Hier sind sieben Mandate zu vergeben, drei Wahlkreismandate und dazu vier Listenmandate. Es gibt drei Parteien.

Die endgültigen Mandatverteilungen sind in der folgenden Übersicht zusammengefasst:

Erklärendes Beispiel

		Drei Wahlkreise: Ost, Mitte, West			
		Drei Parteien: I, II, III			
Eingangsdaten		Vier Listenmandate			
		Erststimmen			
		I	II	III	Total
Kreisstimmen	Ost	70	120	200	390
	Mitte	50	125	200	375
	West	200	190	50	440
Total		320	435	450	1205
Landeslisten		Zweitstimmen			
		I	II	III	Total
		550	445	220	1215
Sitzkontingente		Mandate			
		I	II	III	Mandate
		3	3	1	7

Ampelsystem; Eckvariante

		I	II	III	Mandate
	Ost		1		1
	Mitte			1	1
	West	1			1
	Total	1	1	1	3
Direktmandate					
Listenmandate als Differenz		2	2		4
Gesamtmandate, gleich		3	3	1	7
Sitzkontingenten					

Ampelsystem; Relativer Vorsprung

		I	II	III	Mandate
	Ost			1	1
	Mitte		1		1
	West	1			1
	Total	1	1	1	3
Direktmandate					
Listenmandate als Differenz		2	2		4
Gesamtmandate, gleich		3	3	1	7
Sitzkontingenten					

Grabensystem

		I	II	III	Mandate
	Ost			1	1
	Mitte			1	1
	West	1			1
	Total	1		2	3
Listenmandate gem. Zweitstimmen		2	1	1	4
Gesamtmandate		3	1	3	7
Abweichung vom Sitzkontingent			-2	2	4

Ampelsystem; Optimale Lösung

		I	II	III	Mandate
	Ost			1	1
	Mitte		1		1
	West	1			1
	Total	1	1	1	3
Direktmandate					
Listenmandate als Differenz		2	2		4
Gesamtmandate		3	3	1	7

Skandinavisches System

		I	II	III	Mandate
	Ost			1	1
	Mitte			1	1
	West	1			1
	Total	1		2	3
Listenmandate als Differenz		2	2		3
Gesamtmandate		3	2	2	7
Abweichung vom Sitzkontingent			-1	1	2

Überhangsystem

		I	II	III	Mandate
	Ost			2	3
	Mitte		3		3
	West	3			8
	Total	3	3	2	8
Direktmandate		1			3
Listenmandate als Differenz		2	3		3
Gesamtmandate		3	3	2	8
Überhang				1	1

Ausgleichssystem

		I	II	III	Mandate
	Ost			2	3
	Mitte		3		3
	West	3			8
	Total	3	3	2	8
Direktmandate		1			3
Listenmandate als Differenz		2	3		3

²² D.h. auf Bundesebene, was in dieser Beschreibung ignoriert wird, nachdem in dieser Studie auf einzelne Bundesländer fokussiert wird.

Die detaillierten Berechnungen von der obigen verkürzten Version sind in Tabelle 5 ersichtlich, einschliesslich Erklärungen.²³

VI Grundlagen der Simulation

Die Simulationen beziehen sich, wie vorher schon gesagt, auf einzelne Bundesländer. Für das betreffende Land werden Erststimmen und Zweitstimmen randomisiert. In jeder Simulation werden daher sowohl die Gesamtmandate jeder Landespartei ausgerechnet als auch die Verteilung auf die einzelnen Kreise und deren Landesliste; alles gemäß dem betreffenden Wahlsystem, welches zur Prüfung steht.

Erwartungswerte der simulierten Stimmenzahlen sind die Ergebnisse der Bundestagswahl 2021. Für Simulationen im Freistaat Bayern sind die Stimmen in Tabelle 2 aufgezählt. Alle Stimmenzahlen werden randomisiert mit der Gamma-Verteilung. Es wird keine Korrelation zwischen den einzelnen Zahlen eingeführt, weder zwischen den Erststimmen und den Zweitstimmen noch zwischen den Erststimmen in den einzelnen Kreisen unter sich. Dies entspricht nicht der Realität, aber hier muss noch einmal betont werden, dass der Wahlsimulator nicht dazu gedacht ist, Wahlergebnisse vorherzusagen, sondern um Systeme auf Herz und Nieren zu prüfen. Ein recht breites Spektrum von Wahlresultaten ist dafür notwendig, aber natürlich innerhalb eines realistischen Rahmens. In dem Zusammenhang ist die Festlegung eines Variationskoeffizienten von Wichtigkeit. In den folgenden Simulationen ist dieser mit 0,3 für einzelne Erststimmen gewählt, aber kleiner, d.h. 0,1 für die Zweitstimmen.^{24 25}

In der rechten Hälfte von Tabelle 2 geben Standardabweichungen eine Übersicht darüber, welche Variabilität diese Voraussetzungen für Stimmenzahlen im Beispiel Bayern geben.

Es wurden 10.000 simulierte Wahlergebnisse erzeugt. Mit einer so großen Anzahl von Simulationen sind die jeweils gerechneten Durchschnitte sehr genau. Der Fehler in allen Durchschnittszahlen ist, mit 95% Konfidenz, geringer als 0,5%.

VII Ergebnisse der Simulationen

In der Studie wurden bisher die folgenden Wahlsysteme behandelt:

- A. Grabensystem
- B. Skandinavisches System
- C. Ampelsysteme
 - a. Eckvariante
 - b. Relativer Vorsprung

Aus rein technischen Gründen kann z. Zt. die *Optimale Variante* leider nicht gezeigt werden.

²³ Es ist in der Tat in diesem einfachen Beispiel nicht gelungen Stimmenzahlen zu finden, bei denen die drei Ampelvarianten verschiedene Kreiskandidaten zeigen. Hier gibt der *Relative Vorsprung* dieselbe Verteilung wie die *Optimale Methode*. Es gibt auch Stimmenzahlen, die zur Gleichheit zwischen der *Eckvariante* und der *Optimalen Methode* führen.

²⁴ Wenn kein „Splitting“ vorkommt und die Erststimmen zwischen den Wahlkreisen unabhängig sind, sollte der Variationskoeffizient der Zweitstimmen gleich sein dem, was herauskommt, wenn die Anzahl der Wahlkreise durch die Quadratwurzel der Anzahl der Kreise im betreffenden Land dividiert wird. Für Bayern sollte darum dieser Divisor recht groß sein, nämlich $\sqrt{46}$, d.h. fast 7. Da aber die Voraussetzungen nicht ganz haltbar sind, wird nur ein Verhältnis von 3 verwendet.

²⁵ Behnke (s. Fußnote 4) verwendet als Standardabweichung 1,5 bis 2,0 Prozentpunkte in Bezug auf den Anteil der Parteien an Zweitstimmen. Wenn z.B. eine Partei 20% der Zweitstimmen erhält (was nicht weit weg ist vom Durchschnittsanteil der Parteien über der 5%-Hürde), dann entsprechen die 2,0 Prozentpunkte dem hier verwendeten Variationskoeffizienten von 0,1.

Der Wahlsimulator ergibt eine Menge von Resultaten, die sowohl auf der Webseite des Simulators als auch in Excel-Dateien heruntergeladen werden können. In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten dieser Resultate hervorgehoben, nicht zuletzt mit Abbildungen.

VII-1 Potenzieller Überhang

In der aktuellen Verteilung der Mandate in Bayern aufgrund der Wahlergebnisse 2021 verursacht die CSU 11 potenzielle Überhangmandate, d.h. Kreismandate in Überschuss zu dem Sitzkontingent der Partei oder $Kreismandate-Sitzkontingent = 45-34 = 11$. Der Ausgangspunkt ist, wie im jetzigen Wahlgesetz, dass die Kreismandate als direkt gewählte Mandate verteilt sind, so, wie es im *Grabensystem* und dem *Skandinavischen System* der Fall ist.

In den 10.000 simulierten Wahlergebnissen ist der Ausgang etwas anders. Trotz recht großer Variation in den Stimmzahlen entsteht doch kein Überhang bei den anderen Parteien, d.h. der Überhang bleibt ausschließlich bei der CSU. Die Quantität des Überhangs ist allerdings im Durchschnitt wesentlich kleiner als im Jahr 2021. Im Durchschnitt sind es „nur“ 6,5 Überhangmandate. Der Ausgang in der Wahl 2021 war also eine Ausnahme. Dies wird in Abbildung 1 illustriert.

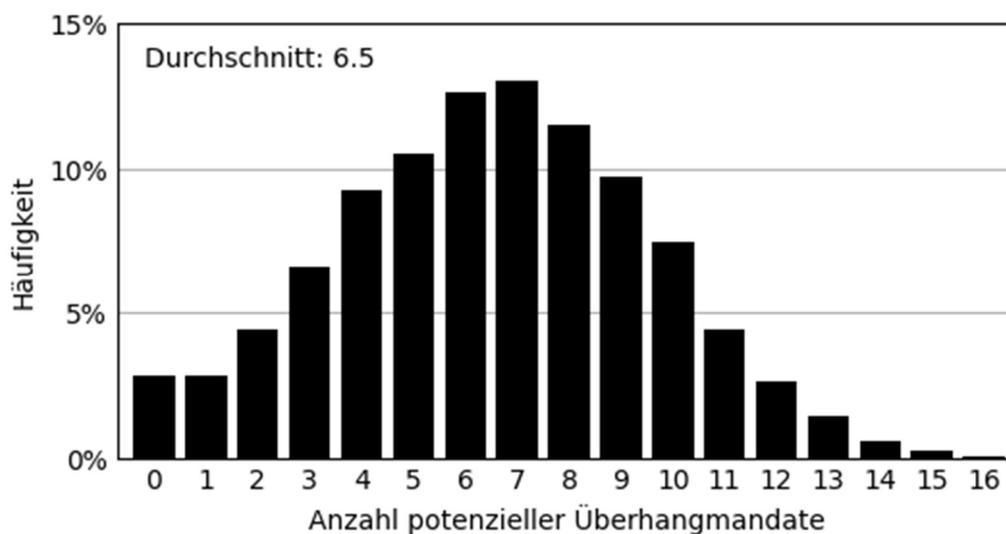


Abbildung 1: Häufigkeit von potenziellem Überhang. Simulierte Ergebnisse auf Basis der Bundestagswahlen in Bayern 2021. Potenzieller Überhang entsteht, wenn die Mehrheitswahl von Direktmandaten einer Partei (oder mehreren) mehr Mandate ergibt als der Partei aufgrund des Sitzkontingents zustehen. In allen diesen Simulationen fallen sämtliche Überhangmandate in Bayern an die CSU.

Überhang führt im jetzigen Wahlgesetz zur Vergrößerung des Bundestags über die Regelgröße von 598 Mandaten hinaus. Es soll hier nochmals betont werden, dass in allen Systemen, die hier behandelt sind, kein Überhang entsteht.

VII-2 Proportionalität / Disproportionalität

Außer Abschaffung des Überhangs ist es das erklärte Ziel der Ampelkoalition volle Proportionalität - auch *Proporz* genannt - zu erreichen, d.h. dass jede Partei die Anzahl an Mandaten erhält, die deren Sitzkontingent aufgrund der Zweitstimmen vorschreibt.²⁶ Dies wird in den *Ampelsystemen* in vollem

²⁶ Hier ist im Eckpunkt 3 Proportionalität auf Bundesebene vorgeschrieben. In den Simulationen wird auf Proportionalität in den einzelnen Ländern (hier Bayern) fokussiert.

Umfang erreicht, aber, wie zu erwarten ist, weder im *Grabensystem* noch im *Skandinavischen*. Die Abweichungen dieser beiden Systeme von der vollen Proportionalität sind in den folgenden Abbildungen ersichtlich.

Die Disproportionalität entsteht durch den Überhang in der Verteilung der Kreismandate an die jeweiligen Mehrheitskandidaten, wie Abbildung 1 zeigt. Dies ist beiden Systemen gemeinsam. Der Unterschied besteht darin, wie weit die Verteilung der Listenmandate den Überhang überwinden kann. Weil der Ursprung des Überhangs in Bayern ausschließlich bei der CSU zu finden ist, wird nur diese Partei überrepräsentiert und dann auf Kosten der anderen Parteien.

Im *Grabensystem* wird der Überhang in keiner Weise ausgeglichen. Im Gegenteil, die Disproportionalität wird eher verstärkt dadurch, dass die Listenmandate unabhängig aufgrund der Zweitstimmen verteilt sind. Abbildungen 2 und 3 zeigen das Ergebnis der Simulationen in diesem Zusammenhang. Abbildung 2 zeigt in einem Histogramm die Häufigkeit der Überschussmandate bei der CSU bei dem *Grabensystem*. Der Durchschnitt liegt bei knapp 24 Mandaten, was doch um einiges weniger ist als in der Wahl 2021, wo der Überschuss 28 betragen hätte, bestehend aus den 11 Überhangmandaten plus 17 Mandaten, welche die CSU aufgrund der Zweitstimmen, abgetrennt von den Kreismandaten, bekommen hätte.

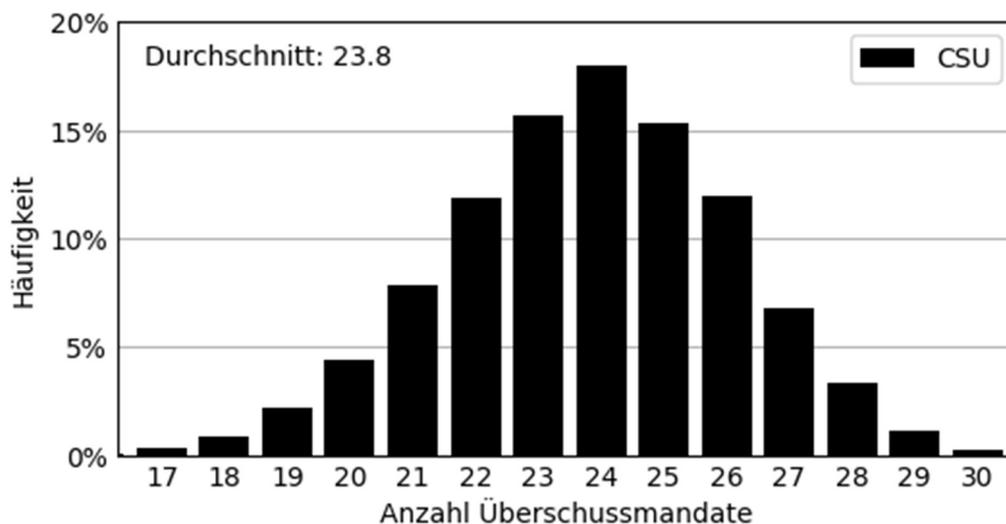


Abbildung 2: Überschuss der Partei CSU bei Anwendung des *Grabensystems*. Simulierte Ergebnisse auf Basis der Bundestagswahl in Bayern 2021. Überschuss ist, bei einem gegebenen Verteilungssystem, die Anzahl der verteilten Gesamtmandate einer Partei – hier CSU – über das Sitzkontingent hinaus.

Der Überschuss ist natürlich auf Kosten anderer Parteien. Abbildung 3 zeigt, wie dieser Überschuss bei den anderen Parteien zu „Unterschuss“ führt.

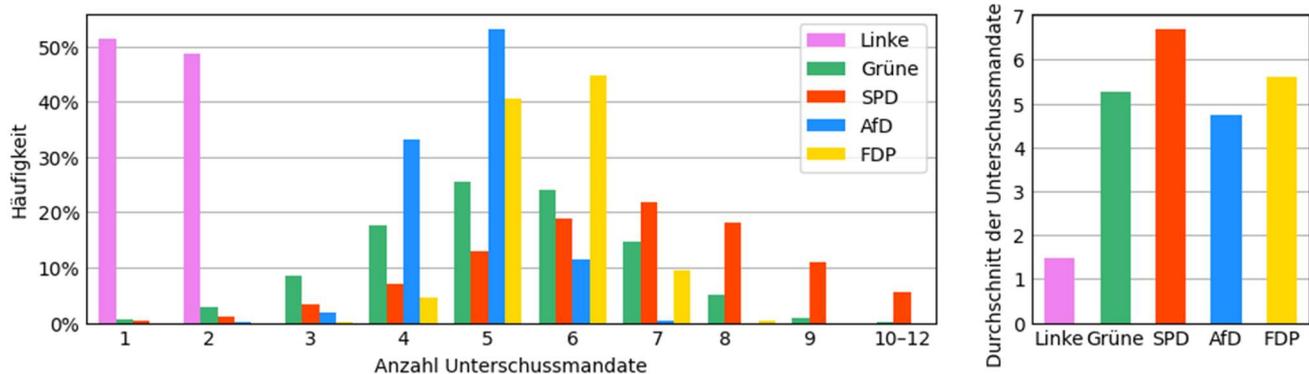


Abbildung 3: Unterschuss der Parteien bei Anwendung des *Grabensystems*. Unterschuss einer Partei ist, bei einem gegebenen Verteilungssystem, die Anzahl der Mandate, die der Partei fehlen, um das Sitzkontingent zu erreichen. Rechts ist zu sehen, dass z.B. die Mandate der bayerischen Linken Partei im Durchschnitt aller simulierten Wahlergebnisse etwa 1,5 Mandate unter deren Zweitstimmen-Sitzkontingent liegen. Im linken Teil der Abbildung sieht man, dass in gut 50% der Fälle, in denen die Partei nicht das Sitzkontingent-Ziel erreicht, nur ein Mandat fehlt. Bei der SPD ist zu sehen, dass der Unterschuss im Durchschnitt gut 6,5 beträgt (Säule rechts) und sogar in etwa 5% der Fälle, bei denen Unterschuss entsteht, der Partei 10-12 Mandate fehlen.

Im *Skandinavischen System* ist der Überschuss von CSU wesentlich kleiner als im *Grabensystem*, weil die Listenmandate als *Kompensationsmandate* verteilt sind, und der CSU nicht zugutekommen, siehe Abbildung 4. Darum bleibt der Überschuss der CSU bei den 6,5 Überhangmandaten.

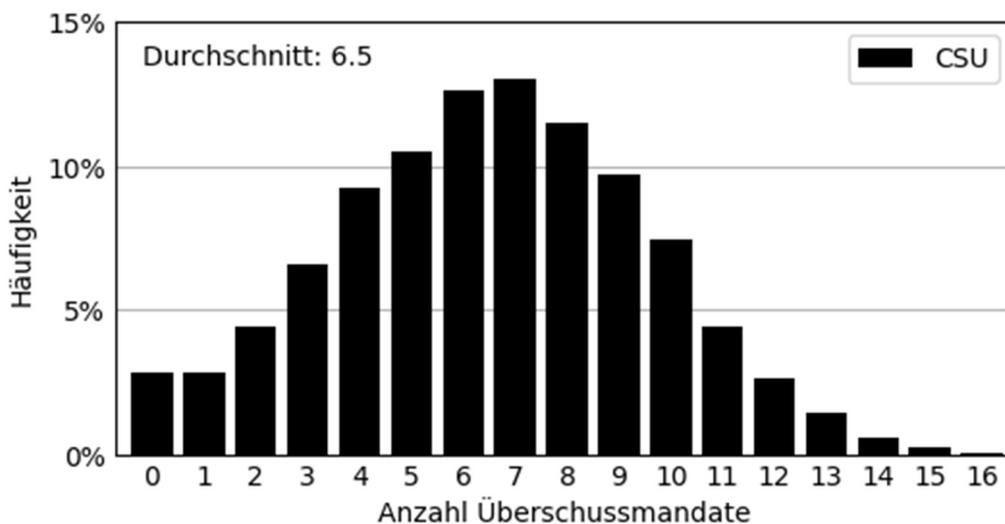


Abbildung 4: Überschuss der Partei CSU bei Anwendung des *Skandinavischen Systems*. Simulierte Ergebnisse auf Basis der Bundestagswahl in Bayern 2021. Überschuss ist, bei einem gegeben Verteilungssystem, die Anzahl der verteilten Gesamtmandate einer Partei – hier CSU – über das Sitzkontingent hinaus. Wie schon im Haupttext gesagt, ist diese Abbildung gleich der Abbildung 1.

Die anderen Parteien verteilen sämtliche Listenmandate unter sich. Trotzdem entsteht ein Unterschuss, der insgesamt dem Überschuss der CSU gleich ist. Wie sich dies auf die anderen Parteien verteilt, ist auf Abbildung 5 zu sehen.

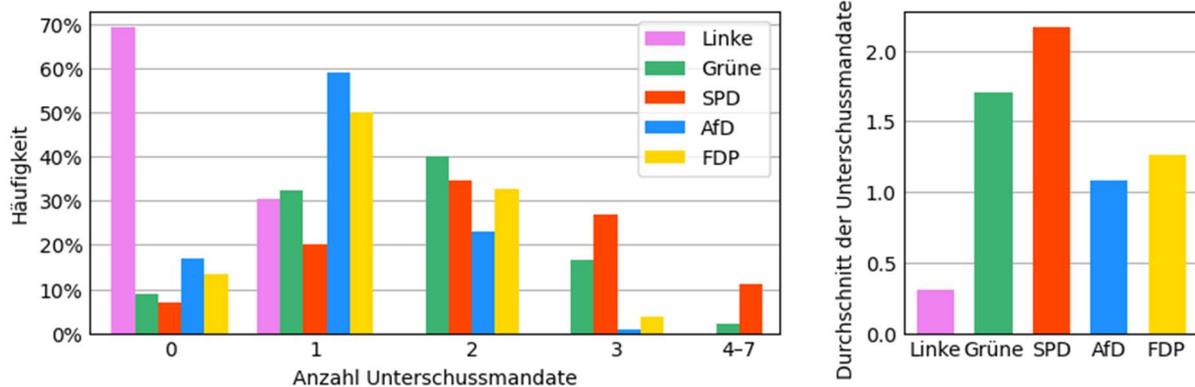


Abbildung 5: Unterschuss der Parteien bei Anwendung des *Skandinavischen Systems*. Rechts ist zu sehen, dass der Unterschuss jetzt wesentlich kleiner ist als bei Anwendung des *Grabensystems*. Insgesamt beträgt der durchschnittliche Unterschuss 6,5 Mandate. Z.B. fehlen der SPD nur gut 2,2 Mandate im Vergleich zu den 6,5 Mandaten in Abbildung 3. Es kommt auch nicht zu denselben Extremen. In etwa 10% der Fälle, wo die Partei nicht ihr Sitzkontingent erreicht, sind die fehlenden Mandate nie mehr als sieben.

VII-3 Abweichungen von der Mehrheitswahl in den Kreisen

Die andere Seite des vollen Ausgleichs der Disproportionalität in den *Ampelsystemen* ist die, dass die Kreismandate nicht immer an den stärksten Kandidaten gehen. Darum ist es von Interesse zu sehen, wie oft es vorkommt, dass der stärkste Kandidat ignoriert wird. Die Frage ist schon in Abbildung 1 zu lesen: Im Durchschnitt muss in 6,5 von den 46 Kreisen zu einem zweitstärksten Kandidaten gegriffen werden.²⁷ Die Kreise sind aber unterschiedlich von diesen Abweichungen betroffen.

Abbildungen 6 und 7 zeigen detailliert, was die Simulationen über dieses Phänomen sagen.

²⁷ Theoretisch könnte der drittstärkste Kandidat (oder ein noch schwächerer) in Betracht kommen. In den Simulationen für Bayern kommt das nie vor.

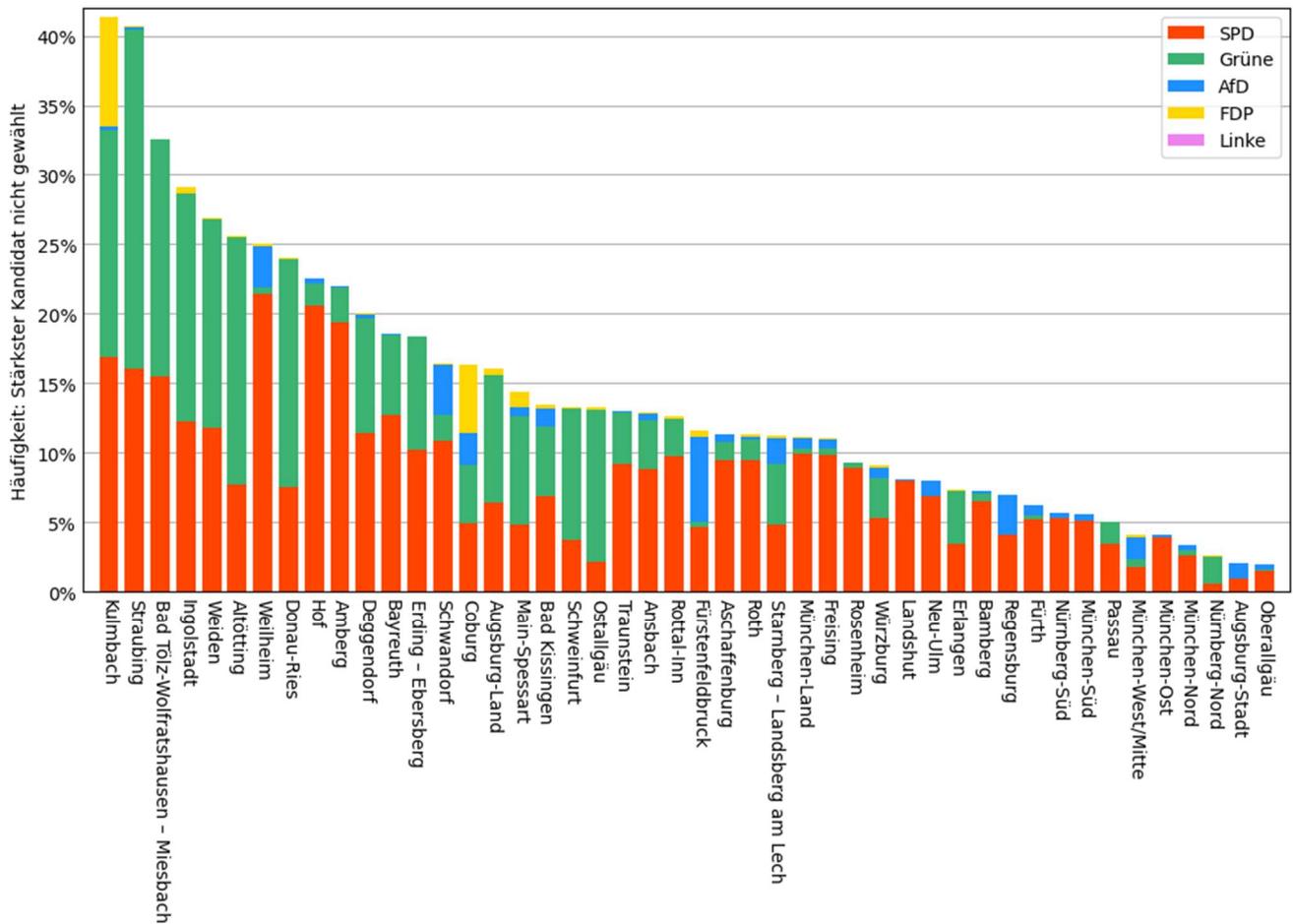


Abbildung 6: Abweichungen bei der *Eckvariante* davon, dass der stärkste Kandidat nicht das Kreismandat bekommt. Die Kreise sind hier geordnet nach der Häufigkeit dieser Abweichung. Es kommt z.B. in etwa 42% der simulierten Wahlen vor, dass der stärkste Kandidat im Kreis Kulmbach vor dem zweitstärksten weichen muss. Diese höchste Säule zeigt auch, welche Parteien dieses Mandat bekommen: SPD und Grüne in etwa 16-17% der Wahlen und die FDP in etwa 9% der Fälle. Dagegen kommt es am seltensten vor, dass der stärkste Kandidat im Wahlkreis Oberallgäu das Mandat nicht bekommt. Die CSU hat dort im Durchschnitt der Simulationen 46,1% Stimmenanteil, wobei der Durchschnitt aller Erststimmen der CSU 36,8% in ganz Bayern beträgt.

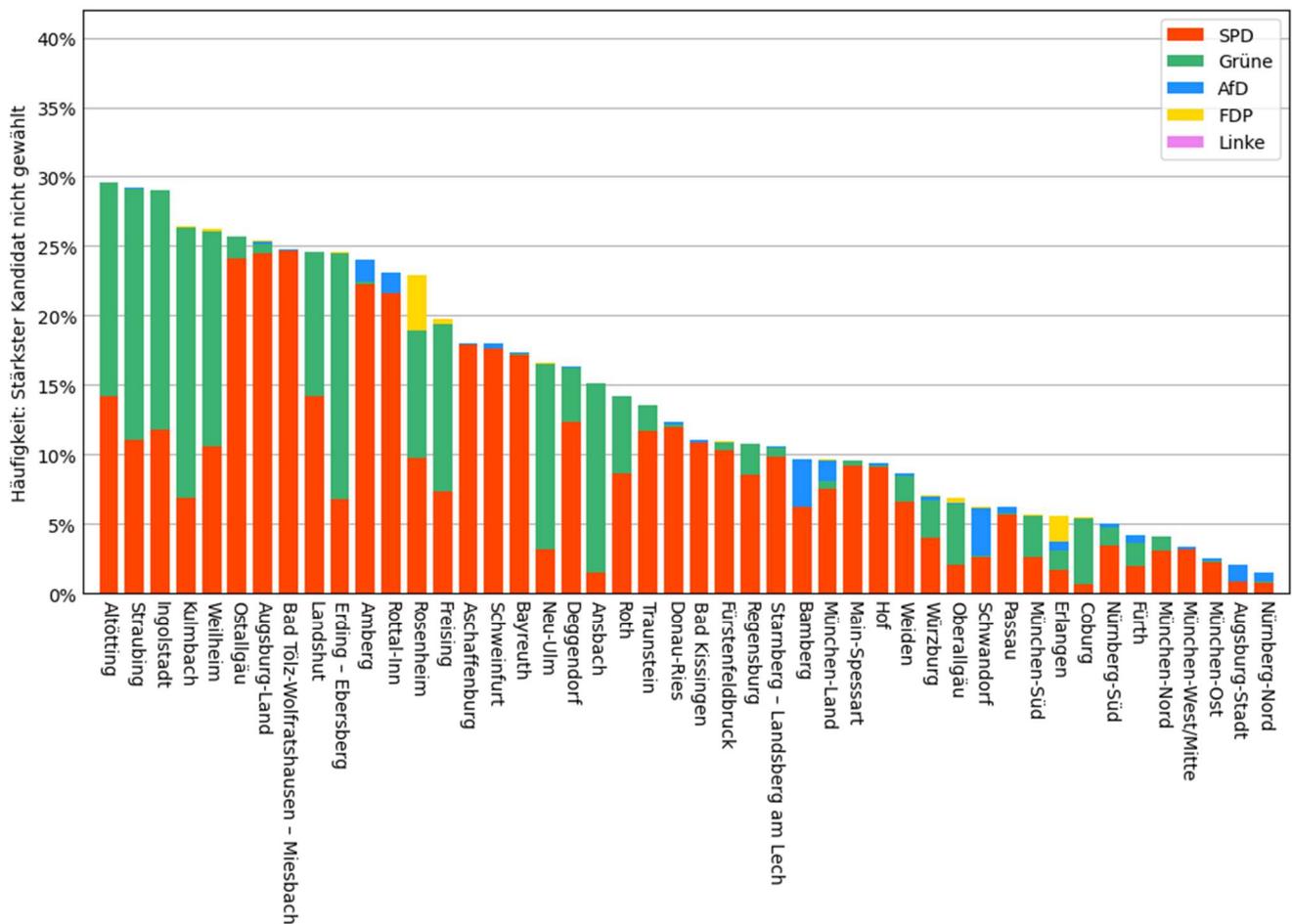


Abbildung 7: Abweichungen beim *Relativen Vorsprung* davon, dass der stärkste Kandidat nicht das Kreismandat bekommt. Die Erklärung von Abbildung 6 ist auch hier am Platz. Diese zwei Abbildungen unterscheiden sich deutlich. Erstens ist hier die maximale Abweichung in knapp 30% der Fälle wesentlich kleiner als die bei Anwendung der *Eckvariante*. Das sagt, dass das Problem sich in der *Vorsprungsvariante* weniger verstreut, weil zuletzt die Summe der Abweichungen bei beiden dieselbe ist, nämlich im Durchschnitt 6,5 Mandate, was etwa 12,3% aller Kreismandate entspricht. Zweitens ist es interessant, dass die Reihenfolge der Kreise unterschiedlich ist. Unter dem *Vorsprung* thront Altötting an erster Stelle.

Ein anderer und wichtiger Aspekt ist, wie groß der Unterschied ist zwischen dem Stimmenanteil des stärksten Kandidaten und dem Anteil des zweitstärksten der das Mandat bekommt. Dies kann als „Stimmendefizit“ bezeichnet werden, obwohl es in prozentualem Unterschied gemessen ist. Beispiel: Wenn der stärkste Kandidat in einem Kreis 35% Stimmenanteil hat, aber trotzdem das Mandat an den nächsten mit 27% Stimmenanteil geht, wird das Stimmendefizit des letzteren mit $35\% - 27\% = 8\%$ berechnet.

In Abbildung 8 ist analysiert, wie groß dieser Unterschied bzw. das Defizit sein kann.

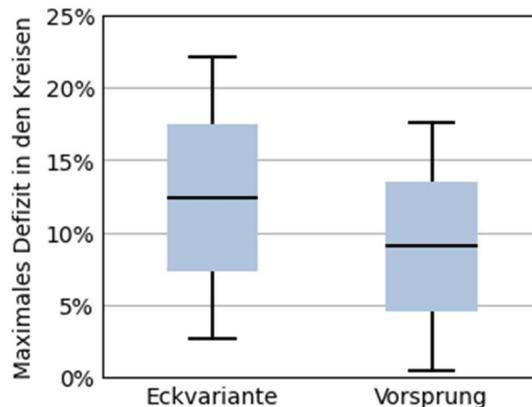


Abbildung 8: Größter Unterschied zwischen dem Stimmenanteil des stärksten Kandidaten und dem des Gewählten in den zwei *Ampelvarianten*. Mit „maximalem Defizit“ oder „größtem Unterschied“ ist das Maximum über alle Kreise in jeder der Simulationen gemeint – und davon der Durchschnitt wie immer. Hier ist zu sehen, dass in der *Eckvariante* dieses Maximum im Durchschnitt 12,3% beträgt, aber in der *Vorsprungsvariante* deutlich kleiner ist, bzw. 9,0%; siehe mittlere Querstriche. Die blauen Kästen zeigen die Simulationen, die innerhalb einer Standardabweichung liegen und die unteren und oberen Querstriche zeigen die Grenzen von zwei Standardabweichungen. Darüber hinaus sind kaum Beispiele zu erwarten.

VII-4 Gewählte Kreiskandidaten mit den kleinsten Stimmenanteilen

Hier handelt es sich um noch ein Qualitätsmerkmal, d.h. um den über alle Kreise kleinsten Stimmenanteil, der doch zum Mandat führt. Es ist wohl wünschenswert, dass dieser Grenzwert möglichst groß ist. Der Durchschnitt aller simulierten Wahlergebnisse des jeweils kleinsten Stimmenanteils eines gewählten Kreiskandidaten ist hier für die vier vergleichbaren Systeme zu sehen:

	System			
	Graben	Skandinavisch	Eckvariante	Vorsprung
Kleinsten Stimmenanteil eines Gewählten	27,3%	27,3%	21,1%	24,2%

In *Graben-* und *Skandinavischem System* wird immer der Kandidat mit dem höchsten Stimmenanteil gewählt. Trotzdem muss im Durchschnitt zu einem Kandidaten mit dem Anteil herunter bis zu 27,3% der Kreisstimmen gegriffen werden. In der Bundestagswahl 2021 war der kleinste Stimmenanteil hinter einem gewählten Kreiskandidaten in Bayern 29,2%.

In der *Eckvariante* und der *Vorsprungsvariante* ist es nicht zu vermeiden, dass solche minimalen Stimmenanteile kleiner sind, denn ab und zu ist es unausweichlich, dass nicht der Kandidat mit dem größten Stimmenanteil gewählt wird. In der *Eckvariante* muss im Durchschnitt zu einem Kandidaten mit 21,1% gegriffen werden. In der *Vorsprungsvariante* ist dieser Minimumdurchschnitt signifikant höher, d.h. 24,2%. In Abbildung 9 werden die Variationen dieser Werte näher beleuchtet.

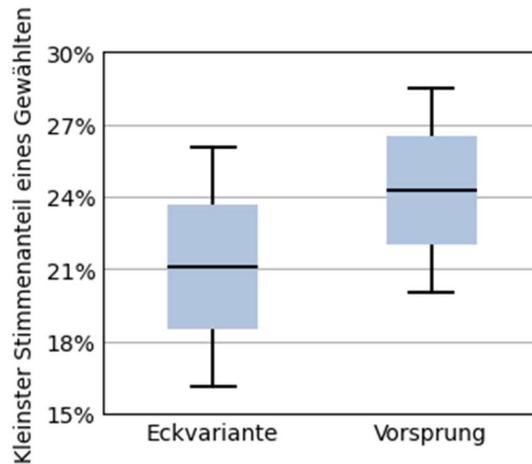


Abbildung 9: Kleinster Stimmenanteil der gewählten Kreiskandidaten in den zwei *Ampelvarianten*. Mit „kleinstem Stimmenanteil“ ist das Minimum über alle Kreise in jeder der Simulationen gemeint und davon der Durchschnitt. Ansonsten wird auf die Erklärungen zu Abbildung 8 hingewiesen.

VII-5 Unterschiede zwischen den Systemen

Es ist auch von Interesse, wie groß der Unterschied zwischen der Mandatverteilung bei den verschiedenen Systemen ist. Dies ist in folgender Tabelle dargestellt:

	Einzelne Kreismandate				Gesamtmandate der Parteien			
	Graben	Skandinavisch	Eckvariante	Vorsprung	Graben	Skandinavisch	Eckvariante	Vorsprung
Graben			13,0	13,0		34,6	47,6	47,6
Skandinavisch			13,0	13,0	34,6		13,0	13,0
Eckvariante	13,0	13,0		8,3	47,6	13,0		
Vorsprung	13,0	13,0	8,3		47,6	13,0		

Die linke Hälfte der Tabelle zeigt den Gesamtunterschied in den einzelnen Kreisen. Die zwei ersten Systeme unterscheiden sich von den zwei *Ampelvarianten* in Durchschnitt mit 13,0 Mandaten. Dies reimt sich mit dem, was bereits gesagt wurde, nämlich, dass im Durchschnitt in 6,5 Kreisen Mandate nicht an den stärksten Kandidaten gehen. Dies entspricht in jedem dieser Kreise einem Unterschied an zwei Stellen; darum zweimal 6,5 d.h. 13,0. Die *Ampelvarianten* unterscheiden sich voneinander mit 8,3 Mandaten.

Der Gesamtunterschied zwischen den Parteien wird in der rechten Hälfte gezeigt. Dort sieht man, dass das *Grabensystem* sich wesentlich von den anderen Systemen unterscheidet; wie auch früher gesagt wurde.

VII-6 Entropie

Die *Entropie-Optimierungsmethode* basiert darauf, die Logarithmen der gewählten Kandidaten zu maximieren. Darum ist diese Summe ein Maßstab dafür, wie nahe die betreffende Verteilung zu der optimalen Verteilung ist. Der Ausgangspunkt ist, dass kein Überhang erlaubt ist. Darum ergibt dieser Maßstab nur Sinn für die Ampelsysteme. Für die *Eckvariante* ist der durchschnittliche Wert dieser Logarithmen-Summe gleich 503,309. Für die *Vorsprungsvariante* beträgt er 503,750. Der Unterschied mag klein aussehen, so wie er ausgerechnet ist. Trotzdem ist der Unterschied signifikant zugunsten der *Vorsprungsvariante*.

Wie früher gesagt, war es beim Schreiben dieses Berichtes nicht gelungen, die optimale Methode für den Fall, dass die Sitzkontingente auf Zweitstimmen basieren, zu programmieren. Darum können wir nicht den optimalen Wert der Logarithmen-Summe zeigen. Wenn das gelungen wäre, würde sich herausstellen, wie nahe die *Vorsprungsvariante* der optimalen Lösung ist.

VII-7 Proportionalität der Gesamtmandate

Fokussiert wurde vorher in diesem Bericht hauptsächlich auf die Kreismandate. Die Listenmandate spielten keine Rolle. Im *Grabensystem* tun sie es das doch. Dort werden sie, isoliert von den Kreismandaten, unter sich proportional verteilt, mit der Regel von Sainte-Laguë. Im *Skandinavischen System* ist die Gesamtverteilung – von Kreis- und Listenmandaten – proportional, solange es keinen Überhang gibt, was aber nicht bedeutet, dass die Listenmandate isoliert unter sich proportional verteilt sind.

In den *Ampelvarianten* sind alle Mandate an und für sich Kompensationsmandate, d.h. sie könnten als eine bidimensionale Einheit betrachtet werden, wo angestrebt wird, sie alle unter sich proportional zu verteilen. Dann sind die Listenmandate nicht eine Restgröße, sondern ein Teil der Gesamtverteilung, und haben genauso „Recht“ auf möglichst proportionale Verteilung wie die Kreismandate.

Die Simulation einer solchen biproportionalen Gesamtverteilung ist in Vorbereitung.

VIII Zusammenfassung

Vier Wahlsysteme, die anwendbar sind für Wahlen zum Bundestag, wurden untersucht. (1) Das wohlbekannte *Grabensystem*, (2) ein System, das hier *Skandinavisch* genannt wird, (3) das System das in den *Eckpunkten* der Kommission vorgeschlagen wird, hier *Eckvariante*, und (4) eine Variante davon, hier als *Vorsprung* gekennzeichnet wird.

In allen vier wird ein potenzieller Überhang vereitelt. Die zwei ersten erreichen aber nicht vollen Proportz, welchen die anderen beiden vollständig erreichen, doch nur mit einer Abweichung von der Mehrheitswahl in den Kreisen. Die Systeme wurden verglichen mit verschiedenen Qualitätsmerkmalen, die in der folgenden Tabelle gezeigt sind:

Systeme	Überschuss	Max. Defizit	Max. Defizithäufigkeit	Kleinster Stimmenanteil
Graben	23,8	0%	0%	27%
Skandinavisch	6,5	0%	0%	27%
Eckvariante	0,0	12%	41%	21%
Vorsprung	0,0	9%	30%	24%

Die Zahlen zeigen Durchschnitte über alle Wahlergebnisse:

1. **Überschuss** zeigt die Anzahl der Mandate, die über dem Sitzkontingent der Parteien liegen (im Bayern nur bei der CSU), wobei die Sitzkontingente auf den Zweitstimmen basieren.
2. **Max. Defizit** ist die über alle Wahlkreise größte Differenz des Stimmenanteils eines Gewählten von dem Anteil des stärksten Kandidaten im selben Kreis.
3. **Max. Defizithäufigkeit** bezieht sich auf den Kreis, wo jeweils am häufigsten nicht der stärkste Kandidat gewählt wird.
4. **Kleinster Stimmenanteil** ist über alle Wahlkreise der kleinste Stimmenanteil eines Kandidaten, der gewählt wird, sei es der Stärkste oder der Zweitstärkste in dem Kreis.

Überschuss entsteht nur im *Grabensystem* und im *Skandinavischen*, doch im wesentlich geringeren Maße beim Letzteren. Defizit ist unumgänglich in der *Eckvariante* und im *Vorsprung*, wo es doch milder ausfällt. Kleinster Stimmenanteil bezieht sich auf alle vier Systeme. Im *Grabensystem* und dem *Skandinavischen* wird immer der stärkste Kandidat gewählt. Von diesen hat der Schwächste im Durchschnitt einen Stimmenanteil von nur 27%. In den anderen Systemen, wo der stärkste Kandidat nicht immer das Mandat bekommt, sind die Anteile natürlich kleiner. Da fällt auch die *Vorsprungsvariante* besser aus als die *Eckvariante*.

Tabelle 1. Oberverteilung der Mandate auf Länder und Parteien aufgrund der Ergebnisse der Bundestagswahl 2021

BP: Biproportionale Verteilung der Mandate nach Ländern und Parteien

	CDU	SPD	AfD	FDP	Linke	Grüne	CSU	SSW	Total
Schleswig-Holstein	5	6	2	3	1	4		1	22
Mecklenburg-Vorpommern	3	4	2	1	2	1			13
Hamburg	2	4	1	2	1	3			13
Niedersachsen	15	21	5	6	2	10			59
Bremen	1	2		1		1			5
Brandenburg	3	7	4	2	2	2			20
Sachsen-Anhalt	4	5	3	2	2	1			17
Berlin	4	6	2	3	3	6			24
Nordrhein-Westfalen	36	39	10	15	5	22			127
Sachsen	6	7	9	4	3	3			32
Hessen	11	13	4	6	2	7			43
Thüringen	3	4	4	2	2	1			16
Rheinland-Pfalz	8	10	3	4	1	4			30
Bayern		19	10	11	3	16	34		93
Baden-Württemberg	21	18	8	12	3	15			77
Saarland	2	3	1	1					7
Total	124	168	68	75	32	96	34	1	598

Erklärung des Farbcodes Weniger als in BP Mehr als in BP

PL: Verteilung der Mandate nach Parteien und innerhalb derer nach Ländern

	CDU	SPD	AfD	FDP	Linke	Grüne	CSU	SSW	Total
Schleswig-Holstein	6	7	2	3	1	5		1	25
Mecklenburg-Vorpommern	2	4	2	1	1	1			11
Hamburg	2	4	1	2	1	4			14
Niedersachsen	15	21	5	7	2	10			60
Bremen	1	1				1			3
Brandenburg	3	6	4	2	2	2			19
Sachsen-Anhalt	4	4	3	2	2	1			16
Berlin	4	6	2	2	3	6			23
Nordrhein-Westfalen	36	41	10	16	5	22			130
Sachsen	6	7	9	4	3	3			32
Hessen	11	13	4	6	2	7			43
Thüringen	3	4	4	2	2	1			16
Rheinland-Pfalz	8	10	3	4	1	4			30
Bayern		19	10	11	3	15	34		92
Baden-Württemberg	21	18	8	12	3	14			76
Saarland	2	3	1	1	1				8
Total	124	168	68	75	32	96	34	1	598

LP: Verteilung der Mandate nach Ländern und innerhalb derer nach Parteien

	CDU	SPD	AfD	FDP	Linke	Grüne	CSU	SSW	Total
Schleswig-Holstein	5	6	2	3	1	4		1	22
Mecklenburg-Vorpommern	2	4	3	1	2	1			13
Hamburg	2	4	1	2	1	3			13
Niedersachsen	15	21	5	6	2	10			59
Bremen	1	2		1		1			5
Brandenburg	3	7	4	2	2	2			20
Sachsen-Anhalt	4	5	3	2	2	1			17
Berlin	4	6	2	3	3	6			24
Nordrhein-Westfalen	35	40	10	15	5	22			127
Sachsen	6	7	9	4	3	3			32
Hessen	11	13	4	6	2	7			43
Thüringen	3	4	4	2	2	1			16
Rheinland-Pfalz	8	10	3	4	1	4			30
Bayern		20	10	11	3	15	34		93
Baden-Württemberg	21	18	8	13	3	14			77
Saarland	2	3	1	1					7
Total	122	170	69	76	32	94	34	1	598

Tabelle 2. Stimmenzahlen in Bayern bei der Wahl zum Bundestag 2021

Erststimmen nach Wahlkreisen	Stimmenzahlen							Standardabweichungen in den Simulationen						
	SPD	AfD	FDP	Linke	Grüne	CSU	Total	SPD	AfD	FDP	Linke	Grüne	CSU	Total
	Beziehen sich auf einzelne Zahlen links. Dies gilt auch für sämtliche Totale.													
Altötting	14 620	14 220	9 245	3 155	11 145	55 693	108 078	4 388	4 216	2 763	952	3 344	16 671	18 378
Erding – Ebersberg	24 205	11 448	13 226	3 355	24 840	70 656	147 730	7 236	3 476	3 942	996	7 370	20 756	23 665
Freising	25 950	18 042	14 687	3 898	24 058	69 689	156 324	7 824	5 519	4 442	1 176	7 319	20 529	24 233
Fürstenfeldbruck	36 831	13 056	16 029	3 216	25 363	72 721	167 216	11 090	3 897	4 859	969	7 706	21 991	26 395
Ingolstadt	25 954	17 806	10 877	4 648	18 182	83 663	161 130	7 614	5 402	3 274	1 405	5 412	25 380	27 738
München-Nord	38 172	7 591	19 477	6 216	42 319	44 854	158 629	11 522	2 282	5 889	1 856	12 898	13 202	22 818
München-Ost	38 243	8 066	18 104	4 907	42 367	61 159	172 846	11 517	2 445	5 275	1 494	12 573	18 031	25 712
München-Süd	33 924	7 641	16 437	6 236	47 256	46 059	157 553	10 149	2 307	4 841	1 870	14 103	13 711	22 532
München-West/Mitte	39 182	7 594	19 153	6 975	53 174	53 311	179 389	11 741	2 252	5 806	2 107	15 861	15 853	25 866
München-Land	30 237	9 816	18 180	3 685	40 475	77 523	179 916	9 155	2 954	5 537	1 116	12 311	23 534	28 393
Rosenheim	22 869	15 764	17 682	4 091	26 183	68 670	155 259	6 898	4 711	5 356	1 235	7 944	20 897	24 619
Bad Tölz-Wolfratshausen – Miesbach	15 428		11 636	2 643	20 829	55 501	106 037	4 702		3 503	779	6 153	16 619	18 642
Starnberg – Landsberg am Lech	23 985	10 715	16 585	3 701	35 809	68 617	159 412	7 139	3 253	5 029	1 116	10 854	20 495	25 185
Traunstein	27 644	12 671	12 268	3 537	17 219	59 555	132 894	8 288	3 804	3 705	1 087	5 199	17 967	21 164
Weilheim	19 682	9 686	8 553	2 718	16 300	57 179	114 118	5 837	2 862	2 581	821	4 882	17 095	19 206
Deggendorf	19 527	17 432	6 325	1 895	6 890	47 267	99 336	5 816	5 269	1 905	577	2 047	14 276	16 580
Landshut	22 468	19 184	22 774	3 955	21 811	70 685	160 877	6 646	5 801	6 854	1 160	6 514	21 256	24 933
Passau	28 341	16 215	10 513	2 681	12 098	41 530	111 378	8 543	4 843	3 143	801	3 644	12 659	16 836
Rottal-Inn	15 794	16 808	10 210	1 912	10 188	46 493	101 405	4 769	4 958	3 003	569	3 063	13 867	16 279
Straubing	16 312	16 794	6 895	1 936	8 613	58 487	109 037	4 878	5 048	2 100	587	2 601	17 551	19 132
Amberg	27 476	17 822	10 213	4 158	13 908	69 278	142 855	8 142	5 373	3 075	1 276	4 165	20 799	23 735
Regensburg	32 850	16 557	13 754	6 023	30 333	69 842	169 359	9 826	4 959	4 106	1 844	9 134	21 360	25 876
Schwandorf	39 615	23 142	7 341	3 043	7 934	60 924	141 999	11 756	6 861	2 191	911	2 383	18 203	23 154
Weiden	29 573	13 523	6 303	2 315	6 633	50 575	108 922	8 835	4 094	1 898	689	2 013	15 126	18 305
Bamberg	28 123	13 279	9 821	3 625	22 728	54 726	132 302	8 343	3 981	2 941	1 085	6 918	16 142	20 271
Bayreuth	24 840	10 777	9 182	2 577	14 064	54 465	115 905	7 400	3 234	2 776	780	4 276	16 545	19 166
Coburg	32 056	11 878	6 369	2 337	10 581	44 890	108 111	9 647	3 542	1 924	708	3 287	13 301	17 536
Hof	29 763	14 705	6 493	2 651	7 941	51 312	112 865	9 008	4 390	1 932	788	2 321	15 551	18 706
Kulmbach	22 103	14 416	6 480	2 448	10 165	65 163	120 775	6 538	4 399	1 923	743	3 034	19 405	21 325
Ansbach	33 819	18 418	13 016	3 798	21 343	73 312	163 706	10 167	5 547	3 870	1 152	6 482	22 235	26 242
Erlangen	32 036	10 669	10 382		29 923	54 223	137 233	9 663	3 182	3 122		9 065	16 471	21 502
Fürth	47 153	16 858	12 883	6 221	27 111	65 876	176 102	14 067	4 988	3 759	1 825	8 164	19 901	26 485
Nürnberg-Nord	31 616	8 485	10 882	7 726	32 541	41 027	132 277	9 567	2 541	3 300	2 350	9 757	12 329	19 129
Nürnberg-Süd	31 098	13 123	8 777	5 184	15 566	44 192	117 940	9 314	3 865	2 589	1 569	4 561	13 234	17 707
Roth	31 806	14 944	12 596	5 076	25 140	71 478	161 040	9 596	4 468	3 827	1 513	7 501	21 081	24 816
Aschaffenburg	24 893	13 954	11 683	3 536	19 588	59 269	132 923	7 422	4 214	3 528	1 046	5 930	18 294	21 325
Bad Kissingen	32 844	17 130	12 206	4 475	16 467	67 458	150 580	10 090	5 201	3 703	1 354	4 883	20 489	24 470
Main-Spessart	33 700	12 576	9 514	4 070	15 813	60 489	136 162	10 084	3 729	2 866	1 192	4 769	18 200	21 935
Schweinfurt	29 037	15 468	12 408	6 552	14 747	63 697	141 909	8 907	4 675	3 719	1 952	4 342	18 634	22 112
Würzburg	33 125		19 414	7 522	36 295	67 651	164 007	9 848		5 851	2 297	10 711	20 108	25 755
Augsburg-Stadt	27 453	13 431	12 880	7 168	31 347	42 780	135 059	8 364	4 074	3 873	2 135	9 295	12 726	18 664
Augsburg-Land	29 435	19 660	16 032	3 573	24 806	82 423	175 929	8 799	5 942	4 751	1 080	7 332	24 439	27 864
Donau-Ries	29 872	15 723	9 915	3 048	11 076	64 045	133 679	8 859	4 749	2 936	911	3 351	19 102	21 836
Neu-Ulm	29 960	22 517	14 542	3 466	20 621	69 676	160 782	9 044	6 722	4 341	1 019	6 326	20 672	24 793
Oberallgäu	28 401	14 473	23 604	4 911	27 817	53 566	152 772	8 585	4 381	7 033	1 463	8 167	16 249	22 040
Ostallgäu	24 288	20 021	14 258	6 667	24 128	76 399	165 761	7 375	6 031	4 220	1 991	7 156	22 636	25 793
Die Kreise zusammen	1 316 303	634 098	579 804	187 530	1 023 735	2 788 048	6 529 518	58 588	30 013	27 206	9 040	50 027	123 328	151 388
Zweitstimmen	1 361 242	679 915	798 591	210 838	1 067 830	2 402 827	6 521 243	136 123	67 427	79 143	20 673	107 069	241 151	310 632

Tabelle 3. Reihenfolge der Kreismandate aufgrund der Stimmzahlen in Bayern bei der Wahl zum Bundestag 2021. Die ersten 34 Mandate werden in beiden Methoden an die CSU vergeben, nicht aber in denselben Wahlkreisen

Eckvariante			Relativer Vorsprung			
Wahlkreise	Partei	Stimm-Anteile	Wahlkreise	Größte Partei	Zweitgrößte Partei	Verhältnis
1 Kulmbach	CSU	54,0%	1 Altötting	CSU	SPD	3,81
2 Straubing	CSU	53,6%	2 Straubing	CSU	AfD	3,48
3 Bad Tölz-Wolfratshausen – Miesbach	CSU	52,3%	3 Ingolstadt	CSU	SPD	3,22
4 Ingolstadt	CSU	51,9%	4 Ostallgäu	CSU	SPD	3,15
5 Altötting	CSU	51,5%	5 Landshut	CSU	FDP	3,10
6 Weilheim	CSU	50,1%	6 Kulmbach	CSU	SPD	2,95
7 Amberg	CSU	48,5%	7 Weilheim	CSU	SPD	2,91
8 Donau-Ries	CSU	47,9%	8 Erding – Ebersberg	CSU	Grüne	2,84
9 Erding – Ebersberg	CSU	47,8%	9 Augsburg-Land	CSU	SPD	2,80
10 Deggendorf	CSU	47,6%	10 Rottal-Inn	CSU	AfD	2,77
11 Bayreuth	CSU	47,0%	11 Freising	CSU	SPD	2,69
12 Augsburg-Land	CSU	46,9%	12 Bad Tölz-Wolfratshausen – Miesbach	CSU	Grüne	2,67
13 Weiden	CSU	46,4%	13 Rosenheim	CSU	Grüne	2,62
14 Ostallgäu	CSU	46,1%	14 Amberg	CSU	SPD	2,52
15 Rottal-Inn	CSU	45,8%	15 Deggendorf	CSU	SPD	2,42
16 Hof	CSU	45,5%	16 Aschaffenburg	CSU	SPD	2,38
17 Schweinfurt	CSU	44,9%	17 Neu-Ulm	CSU	SPD	2,33
18 Traunstein	CSU	44,8%	18 Roth	CSU	SPD	2,25
19 Bad Kissingen	CSU	44,8%	19 Schweinfurt	CSU	SPD	2,19
20 Ansbach	CSU	44,8%	20 Bayreuth	CSU	SPD	2,19
21 Aschaffenburg	CSU	44,6%	21 Ansbach	CSU	SPD	2,17
22 Freising	CSU	44,6%	22 Traunstein	CSU	SPD	2,15
23 Main-Spessart	CSU	44,4%	23 Donau-Ries	CSU	SPD	2,14
24 Roth	CSU	44,4%	24 Regensburg	CSU	SPD	2,13
25 Rosenheim	CSU	44,2%	25 Bad Kissingen	CSU	SPD	2,05
26 Landshut	CSU	43,9%	26 Fürstenfeldbruck	CSU	SPD	1,97
27 Fürstenfeldbruck	CSU	43,5%	27 Bamberg	CSU	SPD	1,95
28 Neu-Ulm	CSU	43,3%	28 Starnberg – Landsberg am Lech	CSU	Grüne	1,92
29 München-Land	CSU	43,1%	29 München-Land	CSU	Grüne	1,92
30 Starnberg – Landsberg am Lech	CSU	43,0%	30 Oberallgäu	CSU	SPD	1,89
31 Schwandorf	CSU	42,9%	31 Würzburg	CSU	Grüne	1,86
32 Coburg	CSU	41,5%	32 Main-Spessart	CSU	SPD	1,80
33 Bamberg	CSU	41,4%	33 Hof	CSU	SPD	1,72
34 Würzburg	CSU	41,2%	34 Weiden	CSU	SPD	1,71
35 München-Süd	Grüne	30,0%	35 Coburg	SPD	AfD	2,70
36 München-West/Mitte	Grüne	29,6%	36 Nürnberg-Süd	SPD	Grüne	2,00
37 Fürth	SPD	26,8%	37 Passau	SPD	AfD	1,75
38 München-Nord	Grüne	26,7%	38 Fürth	SPD	Grüne	1,74
39 Nürnberg-Süd	SPD	26,4%	39 Schwandorf	SPD	AfD	1,71
40 Passau	SPD	25,4%	40 München-Süd	Grüne	SPD	1,39
41 Nürnberg-Nord	Grüne	24,6%	41 München-West/Mitte	Grüne	SPD	1,36
42 München-Ost	Grüne	24,5%	42 Augsburg-Stadt	Grüne	SPD	1,14
43 Erlangen	SPD	23,3%	43 München-Nord	Grüne	SPD	1,11
44 Augsburg-Stadt	Grüne	23,2%	44 München-Ost	Grüne	SPD	1,11
45 Regensburg	SPD	19,4%	45 Erlangen	SPD	Grüne	1,07
46 Oberallgäu	SPD	18,6%	46 Nürnberg-Nord	Grüne	SPD	1,03

Tabelle 4. „Korrigierende“ Verteilung der Kreismandate in der Methode des *Relativen Vorsprungs*

Gesamtzahlen von Sitzen der Parteien				Abschaffung des Überhangs durch Wechseln von Mandaten				
Partei	Kreismandate	Sitzkoningtonent	Differenz: Überhang, wenn positiv	Reihenfolge	Kreis in dem gewechselt wird	Zu	Von	Verhältnis der Stimmen Zu/Von
SPD	0	20	-20	1	München-West/Mitte	Grüne	CSU	0,997
AfD	0	10	-10	2	München-Nord	Grüne	CSU	0,943
FDP	0	11	-11	3	Nürnberg-Nord	Grüne	CSU	0,793
Linke	0	3	-3	4	Augsburg-Stadt	Grüne	CSU	0,733
Grüne	1	15	-14	5	Fürth	SPD	CSU	0,716
CSU	45	34	11	6	Coburg	SPD	CSU	0,714
				7	Nürnberg-Süd	SPD	CSU	0,704
				8	München-Ost	Grüne	CSU	0,693
				9	Passau	SPD	CSU	0,683
				10	Schwandorf	SPD	CSU	0,650
				11	Erlangen	SPD	CSU	0,591

Tabelle 5a. Erklärendes Beispiel

Daten						Größte Stimmzahlen	Erklärungen
Erststimmen	I	II	III	Total			
Kreise	Ost	70	120	200	390	200	Drei Wahlkreise: Ost, Mitte und West Drei Parteien: I, II und III Vier Listenmandate
	Mitte	50	125	200	375	200	
	West	200	190	50	440	200	
	Total	320	435	450	1205		
Erststimmen- anteile		I	II	III	Total	Größte Anteile	
Ost		18%	31%	51%	100%	51%	
Mitte		13%	33%	53%	100%	53%	
West		45%	43%	11%	100%	45%	
Total		27%	36%	37%	100%		
Landeslisten	Zweitstimmen		I	II	III	Total	
			550	445	220	1215	
	Zweitstimmen- anteile		I	II	III	Total	
			45%	37%	18%	100%	
		I	II	III	Mandate		
Sitzkontingente		3	3	1	7		
Potentieller Überhang				1	1		
Grabensystem							
		I	II	III	Mandate		
Kreise	Ost			1	1		Mehrheitswahl aufgrund der Stimmzahlen.
	Mitte			1	1		
	West	1			1		
	Total	1		2	3		
Listenmandate gem. Zweitstimmen		2	1	1	4		Verteilung der Listenmandate, basiert auf den Zweitstimmen, unabhängig von den Kreismandaten.
Gesamtmandate		3	1	3	7		Summe der direkten Kreismandate und Listenmandate.
Sitzkontingent			-2	2			Abweichung von rein proportionaler Gesamtverteilung.
Skandinavisches System							
		I	II	III	Mandate		
Kreise	Ost			1	1		Mehrheitswahl aufgrund der Stimmzahlen.
	Mitte			1	1		
	West	1			1		
	Total	1		2	3		
Listenmandate als Differenz		2	2		3		Differenzen von gerechneten Gesamtmandaten (s. nächste Zeile) und den Kreismandaten.
Gesamtmandate		3	2	2	7		Die Gesamtzahl der Sitze (7) minus die Kreismandate der Überhang- partei (III) werden auf die anderen Parteien verteilt (5 Mandate).
Abweichung vom Sitzkontingent			-1	1			Abweichung von rein proportionaler Gesamtverteilung.
Ampelsystem; Eckvariante							
Höchste Stimmenanteile in jedem Kreis						Höchste Anteile	
Kreise	Ost			51%		51%	Zuerst wird herausgefunden welche Kreiskandidaten die höchsten Stimmenanteile haben.
	Mitte			53%		53%	
	West	45%				45%	
	Verteilung nach den höchsten Anteilen in jedem Kreis						
		I	II	III	Mandate		
Ost							Diese Verteilung ist begrenzt durch die Sitzkontingente. Darum geht der Kreis "Ost" zuerst leer aus.
Mitte				1	1		
West		1			1		
Zweithöchste Stimmenanteile in jedem Kreis (hier nur einem)		I	II	III	Zweithöchster Anteil		
Ost			31%		31%		Im Kreis "Ost" wird zu dem Kandidaten mit dem zweitgrößten Stimmenanteil gegriffen.
Mitte							
West							
Endgültige Mandatverteilung							
		I	II	III	Mandate		
Ost			1		1		Endgültige Verteilung der Kreismandate.
Mitte				1	1		
West		1			1		
Total		1	1	1	3		
Listenmandate als Differenz		2	2		4		Differenzen von gerechneten Gesamtmandaten und den Kreismandaten.
Gesamtmandate, gleich Sitzkontingenten		3	3	1	7		Stimmt immer mit den Sitzkontingenten überein.
Entropie der Kreismandate		15,384					Desto grösser diese Zahl ist, desto besser!

Tabelle 5b. Erklärendes Beispiel, Fortsetzung

Ampelsystem; Relativer Vorsprung				
Größte Stimmzahlen in jedem Kreis				Größe
Kreise	I	II	III	Stimmzahlen
Ost			200	200
Mitte			200	200
West	200			200
Zweitgrößte Stimmzahlen in jedem Kreis				
	I	II	III	Stimmzahlen
Ost		120		120
Mitte		125		125
West		190		190
Drittgrößte Anzahl von Stimmen in jedem Kreis				
	I	II	III	Stimmzahlen
Ost	70			70
Mitte	50			50
West			50	50
Verhältnisse größter zu zweitgrößten				
	I	II	III	Die größten dieser
Ost			1,667	1,667
Mitte			1,600	1,600
West	1,053			1,053
Verteilung nach den größten Verhältnissen				
	I	II	III	Mandate
Ost			1	1
Mitte				
West	1			1
Zweitgrößte Verhältnisse in jedem Kreis (hier nur einem)				
	I	II	III	Zweitgrößtes Verhältnis
Ost				
Mitte		2,500		2,500
West				
Endgültige Mandatverteilung				
	I	II	III	Mandate
Ost			1	1
Mitte		1		1
West	1			1
Total	1	1	1	3
Listenmandate als Differenz	2	2		4
Gesamtmandate, gleich Sitzkontingenten	3	3	1	7
Entropie der Kreismandate	15,425			

Zuerst wird herausgefunden, welche Kandidaten die größte Anzahl von Stimmen in jedem Kreis haben.

Auch die Kandidaten der zweitgrößten Anzahl von Stimmen müssen hervorgehoben werden.

Und sogar die Kandidaten mit dem dritthöchsten Stimmenanteil können eine Rolle spielen.

Verhältnis zwischen der größten und der zweitgrößten Stimmzahl wird in jedem Kreis ermittelt.

Diese Verteilung ist begrenzt durch die Sitzkontingente. Darum geht der Kreis "Mitte" zuerst leer aus.

Im Kreis "Mitte" wird zu dem Kandidaten mit dem höchsten Stimmenanteil ge-griffen.

Endgültige Verteilung der Kreismandate.

Differenzen von gerechneten Gesamtmandaten und den Kreismandaten. Stimmt immer mit den Sitzkontingenten überein.

Desto grösser diese Zahl ist, desto besser!

Ampelsystem; Optimale Lösung

Entropie: Logarithmen der Stimmen				
Kreise	I	II	III	
Ost	4,25	4,79	5,30	
Mitte	3,91	4,83	5,30	
West	5,30	5,25	3,91	
Endgültige Mandatverteilung				
	I	II	III	Mandate
Ost			1	1
Mitte		1		1
West	1			1
Total	1	1	1	3
Listenmandate als Differenz	2	2		4
Gesamtmandate	3	3	1	7
Entropie der Kreismandate	15,425			

Die optimale Methode beruht darauf (in diesem einfachen Beispiel), diejenige Verteilung zu ermitteln, durch welche die Summe der Logarithmen der Stimmen der gewählten Kandidaten

Ergebnis der Optimierung der Entropie der möglichen Kreismandatverteilungen

Differenzen von gerechneten Gesamtmandaten und den Kreismandaten.

Die Entropie ist die Summe der Logarithmen der Stimmen der gewählten Kandidaten. Die Optimale Lösung liefert immer die

Überhangsystem

	I	II	III	Mandate
Kreismandate	1		2	3
Listenmandate als Differenz	2	3		3
Gesamtmandate	3	3	2	8
Überhang			1	1

So wie im Grabensystem und dem Skandinavischen. Differenzen von gerechneten Gesamtmandaten und den Kreismandaten.

Maximum von Direktmandaten und den Sitzkontingenten. Abweichung von den Sitzkontingenten, d.h. Überhang.

Ausgleichssystem

	I	II	III	Mandate
Kreismandate	1		2	3
Listenmandate als Differenz	3	3		3
Mandate mit Überhang	3	3	2	8
Ausgleichsmandate	1			1
Gesamtmandate	4	3	2	9

Alles wie im Überhangsystem.

Notwendig, um volle Proportionalität zwischen den Parteien zu erreichen.

Endgültige Gesamtverteilung.